



Universidad
Rafael Landívar
Identidad Jesuita en Guatemala

VRIP

VICERRECTORÍA DE
INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDIVAR

Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal

XXXXXXXXXXXX



Celia Angélica Ajú Patal







Universidad
Rafael Landívar
Identidad Jesuita en Guatemala

Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal



Celia Angélica Ajú Patal

VRIP
VICERRECTORÍA DE
INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

icesh
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN
CIENCIAS SOCIO HUMANISTAS

Departamento de Ciencias Humanísticas
Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas

510
A312

Ajú Patal, Celia Angélica
Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal / Celia Angélica Ajú Patal. -- Guatemala : Universidad Rafael Landívar, Editorial Cara Parens, 2025.

XXII, 156 páginas ; ilustraciones.
ISBN de la edición física: 978-9929-54-782-7
ISBN de la edición digital, PDF: 978-9929-54-783-4

1. Matemáticas antiguas
2. Mayas - Educación - Guatemala
3. Educación intercultural - Guatemala
 - i. Universidad Rafael Landívar, Vicerrectoría de Investigación y Proyección (VRIP) Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas (Icesh), Departamento de Ciencias Humanísticas, editor
 - ii. Mendoza Meza, Nohemy Bernardita, ilustradora
 - iii. Choc, Salvador, Jennifer Fabiola, ilustradora
 - iv. Magtzul, Justo, revisor
 - v. Título

SCDD 22

Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal



Universidad
Rafael Landívar
Identidad Jesuita en Guatemala

EDITORIAL
CARA
PARENS
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDIVAR

Grupo de
Editoriales
Universitarias
AUSJAL

Edición 2025

Universidad Rafael Landívar, Vicerrectoría de Investigación y Proyección (VRIP),
Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas (Icesh), Departamento de Ciencias Humanísticas
Autora: Celia Angélica Ajú Patal

Créditos de ilustraciones: Nohemy Bernardita Mendoza Meza (diseño de personajes e ilustraciones),
Jennifer Fabiola Choc Salvador (ilustraciones). Las imágenes fueron realizadas con propósito pedagógico.

Agradecimiento especial

A la Facultad de Arquitectura y Diseño, por la coordinación para la elaboración de las gráficas por las estudiantes.
Al Mgtr. Justo Magtzul por el apoyo en la aplicación y revisión del sistema de numeración maya.

Se permite la reproducción parcial de esta obra, siempre que se cite la fuente.

D. R. ©

Universidad Rafael Landívar, Vicerrectoría de Investigación y Proyección (VRIP),
Dirección General de Producción y Difusión Editorial (Diged), Editorial Cara Parens
Vista Hermosa III, Campus San Francisco de Borja, S. J., zona 16, Edificio G, oficina 103
Apartado postal 39-C, 01016, Guatemala, C. A. · PBX: (502) 2426 2626, extensiones 3124 y 3158
Correo electrónico: vrip-diged@url.edu.gt y caraparens@url.edu.gt · Sitio electrónico: www.url.edu.gt

Dirección General de Producción y Difusión Editorial (Diged)

Directora: Belinda Ramos Muñoz

Coordinadora editorial: Dalila Gonzalez Flores

Coordinador de Diseño y Diagramación: Pedro Luis Alvizurez Molina

Coordinadora administrativa y financiera: Olga Leticia Leiva Bojórquez

Revisión y edición: Helvi Janet Mendizabal Saravia

Diseño y diagramación: Stephanie Fernanda Sosa Monterroso y Wiliam González Mendoza

Esta publicación ha sido posible gracias al apoyo del Fondo de Investigación Landivariana (FIL) de la VRIP.

Las opiniones expresadas en esta publicación (textos, figuras y tablas) son de exclusiva responsabilidad de la autora y no necesariamente compartidas por la Universidad Rafael Landívar.

Impresa en Guatemala.

|||||

Autoridades de la Universidad Rafael Landívar

P. Miquel Cortés Bofill, S. J.
RECTOR

Dra. Martha Pérez Contreras de Chen
VICERRECTORA ACADÉMICA

Dr. José Juventino Gálvez Ruano
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN

P. José Antonio Rubio Aguilar, S. J.
VICERRECTOR DE IDENTIDAD UNIVERSITARIA

Mgtr. Hosy Benjamer Orozco
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO Y FINANCIERO

Dr. Larry Andrade-Abularach
SECRETARIO GENERAL

|||||

Autoridades del Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas (Icesh)

Dra. Ursula Roldán Andrade
DIRECTORA

Mgtr. María Gabriela Escobar Urrutia
COORDINADORA DEL DEPARTAMENTO
DE CIENCIAS HUMANÍSTICAS



Comité Editorial del Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas 2025

Dra. Úrsula Roldán

PRESIDENCIA, INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS SOCIO HUMANISTAS,
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR, ICESH/URL/GUATEMALA

Mgtr. Belinda Ramos

SECRETARÍA, DIRECCIÓN GENERAL DE PRODUCCIÓN Y DIFUSIÓN EDITORIAL,
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR, DIGED/URL/GUATEMALA

Dr. Jorge Ramón Ponciano

VOCALÍA PRIMERA

Mgtr. Mario Sánchez

VOCALÍA SEGUNDA, DEPARTAMENTO DE CIENCIAS JURÍDICAS Y POLÍTICAS,
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS SOCIO HUMANISTAS,
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR, ICESH/URL/GUATEMALA

Mgtr. Nancy Martínez

VOCALÍA TERCERA, DEPARTAMENTO DE CIENCIAS HUMANÍSTICAS,
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS SOCIO HUMANISTAS,
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR, ICESH/URL/GUATEMALA

Tabla de contenido

Presentación general	XIII
Prefacio	XV
Prólogo	XVII
Introducción	XIX
Unidad I. El conocimiento de la ciencia maya	1
1. Actividades de motivación	3
2. Contenido:	6
2.1. Desarrollo y alcance de la ciencia maya	6
2.2. Bases del sistema matemático	9
2.3. Signos del sistema vigesimal	11
3. Relación con la vida cotidiana	13
4. Aplicación del sistema vigesimal	15
5. Ejercicios	16
5.1. Reflexión en silencio	17
5.2. Momento de la palabra	17
5.3. Red de relaciones	17
5.4. Procesos vivenciales	17
5.5. Acompañamiento	18
5.6. Búsqueda del bien común	18
6. Preguntas de reflexión	19
Unidad II. El conteo en el sistema vigesimal del 1 al 20	21
1. Actividades de motivación	23
2. Contenido:	24
2.1. Significado del símbolo cero en la numeración maya	24
2.2. Utilización de los símbolos de la numeración maya	26
2.3. Conteo del 1 al 20	27

3. Relación con la vida cotidiana	30
4. Aplicación del sistema vigesimal	31
5. Ejercicios	37
5.1. Reflexión en silencio	37
5.2. Momento de la palabra	37
5.3. Red de relaciones	37
5.4. Procesos vivenciales	38
5.5. Acompañamiento	39
5.6. Búsqueda del bien común	39
6. Preguntas de reflexión	40

Unidad III. La adición en el sistema vigesimal **41**

1. Actividades de motivación	43
2. Contenido	44
3. Relación con la vida cotidiana	49
4. Aplicación del sistema vigesimal	50
5. Ejercicios	53
5.1. Reflexión en silencio	53
5.2. Momento de la palabra	53
5.3. Red de relaciones	54
5.4. Procesos vivenciales	54
5.5. Acompañamiento	54
5.6. Búsqueda del bien común	55
6. Preguntas de reflexión	55

Unidad IV. La sustracción en el sistema vigesimal **57**

1. Actividades de motivación	59
2. Contenido	60
3. Relación con la vida cotidiana	64
4. Aplicación del sistema vigesimal	65
5. Ejercicios	69
5.1. Reflexión en silencio	69
5.2. Momento de la palabra	70
5.3. Red de relaciones	70

5.4. Procesos vivenciales	70
5.5. Acompañamiento	71
5.6. Búsqueda del bien común	71
6. Preguntas de reflexión	73
Unidad V. Medidas y figuras geométricas en la cultura maya	75
1. Actividades de motivación	77
2. Contenido:	80
2.1. Importancia de las medidas y figuras geométricas en la cultura maya	80
2.2. Reconocer las figuras geométricas en la práctica	82
3. Relación con la vida cotidiana	83
4. Aplicación del sistema vigesimal	85
5. Ejercicios	86
5.1. Reflexión en silencio	86
5.2. Momento de la palabra	87
5.3. Red de relaciones	88
5.4. Procesos vivenciales	88
5.5. Acompañamiento	88
5.6. Búsqueda del bien común	89
6. Preguntas de reflexión	89
Unidad VI. Los conjuntos y sus elementos	91
1. Actividades de motivación	93
2. Contenido:	94
2.1. Representación de los conjuntos	94
2.2. Formación de conjuntos con elementos del contexto	95
2.3. Tipos de conjuntos	96
3. Relación con la vida cotidiana	98
4. Ejercicios	100
4.1. Reflexión en silencio	100
4.2. Momento de la palabra	100
4.3. Red de relaciones	101
4.4. Procesos vivenciales	101
4.5. Acompañamiento	102
4.6. Búsqueda del bien común	102
5. Preguntas de reflexión	103

Unidad VII. La multiplicación en el sistema vigesimal **105**

1. Actividades de motivación	107
2. Contenido	108
3. Relación con la vida cotidiana	112
4. Aplicación del sistema vigesimal	114
4.1. Resolución de problemas de la multiplicación	114
4.2. Otra manera de realizar operaciones de la multiplicación	116
5. Ejercicios	120
5.1. Reflexión en silencio	120
5.2. Momento de la palabra	120
5.3. Red de relaciones	121
5.4. Procesos vivenciales	121
5.5. Acompañamiento	121
5.6. Búsqueda del bien común	121
6. Preguntas de reflexión	122

Unidad VIII. La división en el sistema vigesimal **123**

1. Actividades de motivación	125
2. Contenido	126
3. Relación con la vida cotidiana	130
4. Aplicación del sistema vigesimal	131
4.1. Otra forma de realizar la división con el sistema vigesimal	134
4.2. División con residuo	135
4.3. División de cantidades más grandes	136
5. Ejercicios	138
5.1. Reflexión en silencio	138
5.2. Momento de la palabra	138
5.3. Red de relaciones	138
5.4. Procesos vivenciales	138
5.5. Acompañamiento	139
5.6. Búsqueda del bien común	139
6. Preguntas de reflexión	140

Unidad IX. Evaluación general	141
1. Actividades de motivación	143
2. Contenido:	144
2.1. Conteo del 1 al 20 en el sistema vigesimal	144
2.2. Ejercicios de adición en el sistema vigesimal	144
2.3. Ejercicios de sustracción en el sistema vigesimal	145
2.4. Ejercicios de multiplicación en el sistema vigesimal	146
2.5. Ejercicios de división en el sistema vigesimal	148
2.6. Repaso sobre las medidas utilizadas en la cultura maya	150
2.7. Repaso sobre los conjuntos	150
Referencias	151
Agradecimiento	153



Presentación general



La Vicerrectoría de Investigación y Proyección (VRIP) es la dependencia de la Universidad Rafael Landívar encargada de definir y concretar la visión universitaria respecto de la investigación y la proyección, en búsqueda de una mayor y óptima sintonía con los procesos de educación formal e informal y de acción pública. Lo anterior, para garantizar una proyección institucional inspirada en la realidad compleja y apegada a la identidad landivariana, la tradición jesuita y el carisma ignaciano.

Sobre la base de capacidades y enfoques de trabajo convenientemente articulados, la VRIP aspira a: (1) describir, explicar y predecir fenómenos de la realidad y utilizar la evidencia reunida para iluminar las rutas más viables desde el punto de vista ético-político y deseables desde el punto de vista socioeconómico y natural, para transformarla hacia dimensiones más justas, plurales, incluyentes y sensibles a todas las formas de vida, procurando que las mejoras progresivas en estos ámbitos puedan mantenerse en el tiempo, es decir, que sean sostenibles; (2) retroalimentar los procesos de educación formal e informal que impulsa la Universidad y otros actores estratégicos interesados en la visión landivariana, para dotar, de esa manera, al país y la región con las investigadoras e investigadores científicos-críticos que necesita; (3) desarrollar investigaciones y estudios de carácter estratégico interno para contribuir con la aprehensión y funcionalidad del Sistema Universitaria Landivariano y gestionar el riesgo; (4) nutrir cualitativamente el acervo intelectual y cultural de la Universidad, el país, la región y el mundo.

Las obras documentales como la que hoy se presenta a la comunidad académica y al público en general, sintetizan, en más de una manera, las tres aspiraciones de la VRIP expuestas anteriormente. Surgen del

esfuerzo académico amparado en la construcción de conocimientos que son validados en el ejercicio profesional, en la práctica docente o por intermedio de investigaciones sistemáticamente conducidas. En manos de profesionales, investigadores e investigadoras, docentes, estudiantes y público en general, estas obras documentales tienen el potencial de estimular la capacidad intelectual, investigativa, comunicativa y axiológica de dichos grupos, frente a fenómenos complejos que demandan miradas multi e interdisciplinarias para su entendimiento.

Esta línea de trabajo documental de la VRIP se enriquece, potencia y adquiere trascendencia a partir de las vinculaciones. Por eso, celebramos las alianzas forjadas tanto al interior del Sistema Universitario Landívariano, en diferentes niveles, como fuera de este. En el primer caso, especialmente con la Vicerrectoría Académica (VRAC) y sus unidades facultativas, la Vicerrectoría de Identidad Universitaria (VRIU) y con las unidades responsables de las cátedras universitarias especializadas. En el segundo caso, con la comunidad académica en general y la diversidad de actores situados en el terreno, aquellos que son interlocutores imprescindibles, portadores de creencias, prácticas y saberes ancestrales y milenarios que enriquecen el proceso investigativo. A juzgar por la calidad y la relevancia intelectual y cultural de nuestras obras, así como por la continuidad en la producción y por su alcance, es lícito afirmar que esta alianza es efectiva.

Confiamos en que la entrega de obras de esta naturaleza abone progresivamente nuestra misión y, al mismo tiempo, su revisión crítica nos retroalimente e impulse hacia mejores estadios de investigación y proyección.

Dr. J. Juventino Gálvez R.
Vicerrector de Investigación y Proyección
Universidad Rafael Landívar

Prefacio



Encontrarse con materiales que apoyen elementos de cultura maya es siempre interesante, pero más cuando éstos se refieren al aprendizaje-enseñanza de la matemática. Primero, porque es una ciencia que representa un orgullo por los avances que alcanzó antes de la invasión europea; y segundo, porque sigue siendo una asignatura que, por errores en su didáctica, da muchos problemas y hasta rechazo.

La propuesta que hace la Mgtr. Celia Angélica Ajú Patal es un apoyo que complementa los esfuerzos expresados en el Currículo Nacional Base (CNB) y que contribuye a que los profesores y profesoras desarrollen competencias eficaces para la enseñanza de la materia mencionada, en principio para la niñez mayahablante, pero también para la población ladina y de otras etnias del territorio guatemalteco. A partir de la enseñanza de la matemática desde la lógica del sistema vigesimal, se puede dar más sentido y propiedad a su utilización y con ello, fomentar el diálogo intercultural.

Un buen texto como este contribuye al dominio de la numeración maya, el sistema de base 20 y la cultura maya en general porque las integra; de tal forma que no se centra solo en la mecánica de trabajar números o numerales, en realidad amplía las estrategias mentales (al utilizar otro sistema de numeración además del decimal) y fortalece elementos culturales que enriquecen el proceso identitario de la niñez mayahablante y de la niñez guatemalteca en general.

Definitivamente, se evidencia el espíritu docente de la investigadora, por el esfuerzo que ha puesto en la elaboración de este texto al poner a disposición del profesorado una obra que genera aportes no cubiertos

por la ciencia, pero también de elementos de identidad que permitan reconocer y poner al servicio de las futuras generaciones los grandes avances que logró la civilización maya y que, cuesta decirlo, siguen siendo ignorados por una importante cantidad de connacionales. Seguramente esta obra contribuirá a ampliar ese conocimiento, las habilidades y el diálogo entre diversas identidades.

Mgtr. Armando Najarro Arriola
Académico docente
Facultades de Teología y Humanidades
Universidad Rafael Landívar

Prólogo



El sistema vigesimal maya no solo es un proceso matemático, contiene dentro de sí una forma particular de pensamiento, un legado cosmogónico y cultural. Es impresionante ver cómo este sistema ha persistido a través de los siglos y sigue presente en la vida cotidiana de las comunidades. Esto se puede observar en las actividades de siembra y cultivo, en la elaboración de tejidos, en las prácticas de compraventa en los mercados.

Es un sistema vigente, es decir, no ha muerto como a veces se cree.

Ante lo dicho, escribir un texto metodológico para la enseñanza de este sistema a nivel primario, trasciende el aprendizaje meramente funcional. Es una vía muy importante para promover procesos interculturales profundos que necesitan desarrollarse en Guatemala. Para los niños y las niñas mayas, es un camino de conexión con sus raíces, con la sabiduría ancestral, con su espiritualidad y sus formas particulares de conocimiento. Para la niñez perteneciente a los otros sectores del país, es una oportunidad para descubrir que existen múltiples perspectivas para entender la realidad y el mundo, una oportunidad para comprender que compartimos un territorio con población diversa y que esa diversidad nos brinda grandes oportunidades para construir una mejor sociedad. Si esto se logra, se sembrarán semillas para una convivencia verdaderamente intercultural, tan urgente en nuestros contextos.

La guía que ha elaborado Celia Ajú es un material para los grados de primero, segundo y tercero primaria, está pensado como un aporte para contribuir a estos temas esenciales. Como se indica, una parte refiere conocimientos ancestrales, la explicación propia de las operaciones matemáticas, ejercicios prácticos y un elemento muy importante: una

invitación a que las y los estudiantes observen cómo se aplica el sistema vigesimal maya en las prácticas de la vida cotidiana en sus territorios, y, en caso de no pertenecer a una comunidad maya, ejercicios para llevar al día a día operaciones basadas en dicho planteamiento matemático.

Este texto será una contribución importante en la implementación de una praxis pedagógica innovadora. El deseo es que cobre vida en las aulas, que sea un nexo con los saberes comunitarios y una forma de construir puentes entre diversas culturas, formas de sentir y pensar la realidad en Guatemala. Esta guía estará a disposición de los esfuerzos ministeriales, especialmente de la Dirección General de Educación Bilingüe Intercultural (Digebi), en su labor de crear materiales interculturales y complementarios a los actuales o futuros textos oficiales del Ministerio de Educación (Mineduc).

Dra. Magda García von Hoegen
Coordinadora del Departamento de Ciencias Humanísticas
Instituto de Investigación en Ciencias Socio Humanistas (2024)
Universidad Rafael Landívar

Introducción



Apreciable docente, tiene en sus manos la *Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal*. Esta guía está alineada con el Currículo Nacional Base (CNB). Específicamente responde a las competencias 2 y 7, con las que el/la estudiante:

- 2. Utiliza elementos matemáticos para el mejoramiento y transformación del medio natural, social y cultural.
- 7. Establece relaciones entre los conocimientos y tecnologías propias de su cultura y las de otras culturas. (Área de matemática nivel primario, Ministerio de Educación de Guatemala, 2012)

A través de una serie de actividades, la guía tiene el propósito de desarrollar en las/los alumnos las habilidades de cálculo en el sistema vigesimal.

El proceso está conformado por nueve unidades:

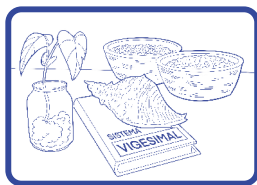
- 1. El conocimiento de la ciencia maya
- 2. El conteo en el sistema vigesimal del 1 al 20
- 3. La adición en el sistema vigesimal
- 4. La sustracción en el sistema vigesimal
- 5. La importancia de las medidas y figuras geométricas en la cultura maya

6. Los conjuntos y sus elementos
7. La multiplicación en el sistema vigesimal
8. La división en el sistema vigesimal
9. Evaluación general final

Cada unidad está estructurada en seis apartados:



Actividades de motivación: dirigidas a iniciar un diálogo cordial y ameno.



Contenido: cuerpo de la temática principal.



Relación con la vida cotidiana: actividades para romper con la abstracción de los procesos matemáticos.



Aplicación del sistema vigesimal utilizando la tabla de escalas: etapa de aplicación para ejemplificar y evidenciar las competencias adquiridas.



Ejercicios: puesta en práctica de los aprendizajes.



Preguntas de reflexión: momento en el que los y las estudiantes se interrogan y realizan análisis sobre las temáticas desarrolladas.

El apartado de los ejercicios se desarrolla por medio de los pasos de la pedagogía maya. Se realiza un resumen de las ideas Recancoj y Recancoj (2002):

- ✓ *Reflexión en silencio*: durante este tiempo la/el alumno realiza una observación a su interior y al exterior, sin utilizar la palabra.
- ✓ *Momento de la palabra*: las y los alumnos conversan sobre lo que se ha reflexionado en el momento de silencio.
- ✓ *Red de relaciones*: trabajo en grupos.
- ✓ *Procesos vivenciales*: las y los alumnos aplican y vivencian lo aprendido.
- ✓ *Acompañamiento*: las y los alumnos se hacen acompañar de otras personas que les ayudan a ampliar sus conocimientos.
- ✓ *Búsqueda del bien común*: los y las escolares construyen algún proyecto, de acuerdo con su nivel y edad, para alcanzar un fin común.

La guía busca constituirse en una herramienta donde el y la docente encontrarán procesos de motivación, actividades, estrategias, ejercicios y sugerencias para desarrollar en sus estudiantes las competencias en el sistema vigesimal desde la cosmovisión maya.

Con ello se pretende hacer del proceso educativo un hecho incluyente y pertinente, ya que cada unidad está diseñada de manera gradual y los procedimientos están orientados a propiciar la participación de forma creativa y desde experiencias de la realidad.

Se espera que la guía oriente a las maestras y maestros en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en el sistema vigesimal.

Bienvenidos y bienvenidas a esta emocionante aventura de la enseñanza de la matemática maya.

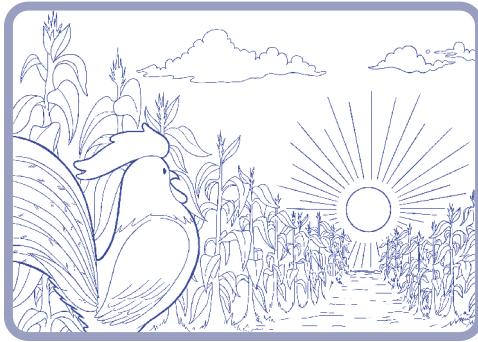


Unidad I

El conocimiento de la ciencia maya



1. Actividades de motivación



Antes de iniciar el camino de la enseñanza de la matemática, es importante dar a conocer a los y las estudiantes los valores, alcances y logros de la ciencia maya, en qué consiste el sistema matemático vigesimal, cuáles son sus orígenes y su aplicación en otras ciencias.

Una de las manifestaciones tempranas de la matemática maya se encuentra en el registro del tiempo. Conforme a los estudios realizados por el arqueólogo Sylvanus Morley, citado por Gaspar Pedro González (Instituto de Lingüística y Educación, 2001, p. 23) desde los siglos IV a II a. C. se observa el uso de un sistema de numeración basado en la posición de los valores que incluye el número cero.

Como menciona Carlos Ruiz (2023), los mayas fueron la primera civilización humana en descubrir el concepto y la utilidad del número cero. Este conocimiento fue una de las cumbres del pensamiento humano y es un hecho importante hasta el día de hoy. Sin embargo, el cero también es una demostración de la relación estrecha que para los mayas existe entre la ciencia matemática y su cosmovisión:

Esta sociedad se caracterizaba por practicar una relación estrecha entre espiritualidad, arte y ciencia, muy al contrario de nuestra escéptica época moderna. El libro sagrado maya, conocido como el **Popol Vuh** (Póopol Wuuj), permite la derivación de unas matemáticas especiales -divinas- que gobiernan los cálculos diarios y científicos de esta sociedad. (Ruiz, 2023, párr. 6)

Como menciona el autor, en la cosmovisión maya el cero no es ausencia sino plenitud o completitud:

Significa que hay dos categorías complementadas, plenas; una, que es inmaterial o espiritual, y la otra, material. Para cuando Huracán o Corazón del Cielo –dice el Popol Vuh– inicia la construcción del Universo, lo hizo midiendo y fabricando las cuatro direcciones (cuatro puntos) cardinales. Lo inmaterial estaba hecho, pero faltaba la categoría material para equilibrarlo: surge entonces el ser humano del maíz, que dará buena marcha al mundo recién creado. El cero maya es, por tanto, abstractamente considerado, plenitud del universo, expresión binaria de una completitud que equilibra el universo. (Ruiz, 2023, párr. 7)

Comparta con los y las estudiantes diversos ejemplos del uso de la matemática antigua para apreciar el valor y los alcances de la civilización maya.

La ciencia maya está presente en el diario vivir de las personas. Analice y experimente con los y las estudiantes algunos ejemplos:

¿Qué pasaría si no se conociera el número cero? ¿Qué consecuencias habría en la vida de las personas si no se conociera el cero? ¿Afectaría en nuestra economía? ¿Afectaría en la tecnología? ¿Afectaría en el presupuesto de la familia? ¿Por qué?

La ciencia maya se vive diariamente en actividades agrícolas, por ejemplo: la observación de las fases de la luna, cantidad de semillas en la siembra de maíz, profundidad del agujero donde se deposita la semilla, tiempos para realizar diferentes trabajos como sembrar, nutrir la tierra con abono orgánico, el control de las plagas y al cosechar. Todos estos conocimientos contienen relaciones y proporciones matemáticas al cultivar. Además, se relacionan con la creación de un calendario agrícola, uno de los muchos calendarios que los mayas establecieron para organizar sus actividades de acuerdo con sus necesidades y creencias (Pablo, Curruchiche y Taquirá, 2009, p. 166).

A continuación, invite a sus estudiantes a describir los trabajos que desempeñan sus padres.

Pregunte a las y los estudiantes lo siguiente:

- ¿Qué trabajos realiza su papá en la casa o fuera de la casa?
- ¿Qué trabajos realiza su mamá en la casa o fuera de la casa?
- ¿Qué experiencias ha tenido al ayudar a sus padres en alguno de los trabajos?

Demuestre a los y las estudiantes que en los trabajos mencionados hay conocimientos científicos.

Además, en toda práctica de la ciencia se encuentran las propias maneras de ser de las personas, es decir, la manera en que ven y entienden el mundo. A esto se le denomina la cosmovisión de las personas.

En particular, en la cosmovisión maya hay una relación muy especial con la naturaleza. La cosmovisión maya parte de que todo tiene vida y todo está sincronizado en perfecto equilibrio. Este equilibrio es la armonía entre cuerpo y espíritu, materia y energía, lo cual da como resultado la plenitud de la vida (Nietas y nietos del Pueblo Maya, 2006).

Para tener éxito en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es importante tomar en cuenta la cosmovisión, los saberes y las formas de realizar las acciones de cada estudiante. Considere las relaciones con el contexto cultural y las condiciones sociales de las y los alumnos durante los procesos de formación.

Para ampliar los conocimientos sobre la cosmovisión maya, motive a los y las escolares a buscar información afuera de la escuela. Oriénteles a identificar instituciones y personas de la comunidad para hacer una investigación.

Previamente, preparen las preguntas que harán a las personas.

Sugerencias de preguntas:

¿Podría brindarnos información sobre la cosmovisión maya?

¿Qué son los saberes mayas? ¿Podría dar algunos ejemplos?

¿Nos podría dar información sobre la matemática del sistema vigesimal?

Si tienen la oportunidad de visitar algunas instituciones y bibliotecas, guíe a los y las estudiantes a buscar libros, folletos o revistas que contengan temas sobre la ciencia, la cosmovisión y la matemática maya.

2. Contenido



2.1. Desarrollo y alcance de la ciencia maya

Para desarrollar en los y las estudiantes una conciencia valorativa y actitud positiva hacia la ciencia y la matemática maya, es necesario dar a conocer los alcances y logros de esta civilización.

La civilización maya es maravillosa y milenaria. Con la aplicación de la matemática lograron grandes conocimientos en astronomía, arquitectura, medicina y otras ciencias. Conocieron los logaritmos y las fracciones. Desarrollaron un sistema numérico vigesimal en el que los números se representan mediante el punto, la barra y la imagen del cero. Algunos afirman que el cero es la figura de un caracol y otros indican que es un

grano de cacao. El punto representa la unidad y la barra simboliza un conjunto de cinco unidades.



cero



uno



cinco

Los mayas fueron grandes astrónomos, observaron el cielo todas las noches durante miles de años. El único instrumento que utilizaron al principio fue muy simple: dos palos cruzados, con los cuales podían fijar la mirada en un punto concreto del cielo y estudiarlo. Realizaron muchos descubrimientos. Por ejemplo, calcularon los ciclos de la luna y pudieron saber cuándo se produciría un eclipse.

La escritura fue el gran logro del pueblo maya, era igual de complicada que la de los egipcios. La escritura maya constaba de 820 signos. Estos signos, llamados glifos o jeroglíficos, se escribían en columnas paralelas. Muchos de estos glifos todavía no se han podido descifrar, es decir, entender. Los mayas usaron la escritura para guardar sus observaciones astronómicas, la historia de sus reyes y sus creencias religiosas. (Océano Grupo Editorial, 2001, p. 351)

La medición del tiempo es otro logro muy importante alcanzado por esta civilización. Principalmente desarrollaron dos calendarios diferentes para medir el tiempo. El primer calendario de 260 días se divide en 13 meses de 20 días. El segundo calendario tiene 365 días, se divide en 18 meses de 20 días, más un período de 5 días.

El calendario de 260 días tiene relación con los conocimientos profundos sobre la persona, su vida, misión y espiritualidad. El calendario de 365 días se emplea para planificar las actividades agrícolas, para fijar los acontecimientos importantes y para saber cuándo se celebran las fiestas religiosas.

Con el empleo de cálculos matemáticos, los mayas edificaron estructuras importantes, en la actualidad aún permanecen lugares donde se puede apreciar estas construcciones.

Es posible apreciar en estelas antiguas el uso y la escritura del sistema matemático maya desde hace muchos siglos. Noj (2003) enlista los siguientes ejemplos:

1. Un grupo antiguo de numerales localizado en el sitio arqueológico denominado Monte Albán, situado en el Valle de Oaxaca, México. Datan del siglo IV o V a.C.
2. Otras inscripciones en diferentes lugares tales como: en una estela en Chiapa de Corzo, Chiapas, México; en la estela de Tres Zapotes, Veracruz, México; en la estela Santa Rosa, La Concordia, Chiapas, México; en la estela 1 de El Baúl, Guatemala; en la estela de Santa Margarita o Piedra Parada, Guatemala. A este grupo se les llama Monumentos del Séptimo B'aktun, que pertenecen a fechas del calendario de la cuenta larga. Son fechas situadas aproximadamente en el siglo I a.C. y I d.C.
3. Las inscripciones de Kaminal Juyu' localizado en la zona alta de Guatemala (ciudad de Guatemala), situado en los siglos I o II d.C.
4. Las inscripciones en los monumentos del Petén, siglos III y IV d.C., en el norte de Guatemala. (p. 16)

Como indica este investigador, los ejemplos mencionados son sólo algunos registros antiguos de los números del sistema vigesimal. Evidencian que elementos como el cero fueron empleados desde mucho antes que otros sistemas en el mundo.

Actualmente, el sistema de numeración maya también se usa en las prácticas cotidianas. Hay una gran riqueza de conocimientos matemáticos en las actividades diarias de los pueblos, transmitidos de generación en generación.

Es importante incorporar toda esta gama de conocimientos y experiencias cotidianas en los procesos de enseñanza. De esta manera, los y las escolares encuentran el sentido de lo que aprenden y mejoran los resultados de sus aprendizajes.

2.2. Bases del sistema matemático

Comparta con sus estudiantes la siguiente información:

En la concepción maya, el cero representa el espíritu o la esencia pura del ser. Se dice que cuando el ser no ha nacido se encuentra en espíritu, con la engendración del ser, el espíritu se materializa y se vuelve tangible. También, se concibe que el espíritu posee energía en el tiempo y en el espacio.

La noción de cero en la matemática maya se deduce del análisis estructural lingüístico sobre el cual se sustenta la vida del ser: *Ruk'u'x K'aslemäl Ma juk'utaj* (esencia o espíritu de la vida que no se ve). No se ve, pero existe y, sobre todo, es sagrado. Ese ser espíritu matemáticamente se representa «0» (cero). Cuando ese espíritu se une a la materia conforma el *Jun Winaq* (la persona), cuyo significado matemático es «20» (numeral de la base vigesimal). El cero no tiene una connotación de vacío o de nada, porque al iniciar un conteo se empieza con el numeral cero. (Pablo *et al.*, 2009, p. 27)

Como indican estos autores, el concepto maya del cero no representa una ausencia o una negación. Por el contrario, tiene un sentido de plenitud: «Por ejemplo, al escribir la cifra 20, el cero, puesto en el primer nivel, únicamente indica que la veintena está completa» (Pablo *et al.*, 2009, p. 29).

Reflexione con los y las estudiantes de qué manera el sistema matemático vigesimal maya tiene una relación con la persona.

Lea junto a los y las escolares la siguiente cita y luego analicen y comenten al respecto:

Jun Winaq es el veinte que sustenta el sistema matemático maya. Jun Winaq es la totalidad cósmica material y energética-espiritual. En esa dimensión, Jun Winaq es la persona humana en plenitud, realizada e integrada cósmicamente. La vida en la Madre Tierra es la vivencia permanente para alcanzar esa plenitud. La persona humana esclarecida construye la plenitud del Cosmos en su vida y de ahí su alegría, su felicidad y su abundancia como un ser pleno. (Nietas y nietos del Pueblo Maya, 2006, p. 25)

El número 20 se considera una cantidad completa en la cultura maya. Las unidades se cuentan con los dedos de las manos y los pies. Cada 5 unidades se relacionan con una de las extremidades. Las 4 extremidades de la persona forman 20 unidades, es decir, 4 veces 5.

En el sistema vigesimal maya, las posiciones se organizan en un formato vertical de abajo hacia arriba: unidades, veintenas, cuatro centenas, etcétera.

Por otro lado, en el sistema decimal las posiciones de las cantidades se colocan de acuerdo con potencias de base 10 y se escriben en un formato horizontal de izquierda a derecha: unidades, decenas, centenas, etcétera.

En el idioma *kaqchikel*, *winaq* es el nombre del número 20, también se le nombra *juk'al*.

Como se explicó antes, la base de este sistema parte de la persona misma, del conteo de los componentes de su propio cuerpo. El universo, la naturaleza, el ser humano, todo es matemático. La siguiente cita amplía la explicación sobre este tema:

El sistema de numeración maya vigesimal está inspirado en la unidad de la persona, pues la base constituye sus extremidades inferiores y superiores. Cinco dedos de cada mano y cinco de cada pie. El término dado en idioma maya al número veinte (20) es Jun Winaq, de igual manera se le llama a una persona Jun Winaq, es decir una persona completa, una persona de veinte. (Noj, 2003, p. 18)

2.3. Signos del sistema vigesimal



Es momento de realizar algunas actividades para dar a conocer los signos que se utilizan en el sistema vigesimal.

Escriba en el pizarrón o en papel los símbolos del cero, el punto y la barra.

Si tiene la oportunidad, trace los signos en grande en el suelo para que los estudiantes interactúen con ellos.

Los símbolos utilizados en el sistema vigesimal son tres:

La concha simboliza el cero.

El punto representa la unidad.

La barra equivale a 5 unidades.



cero

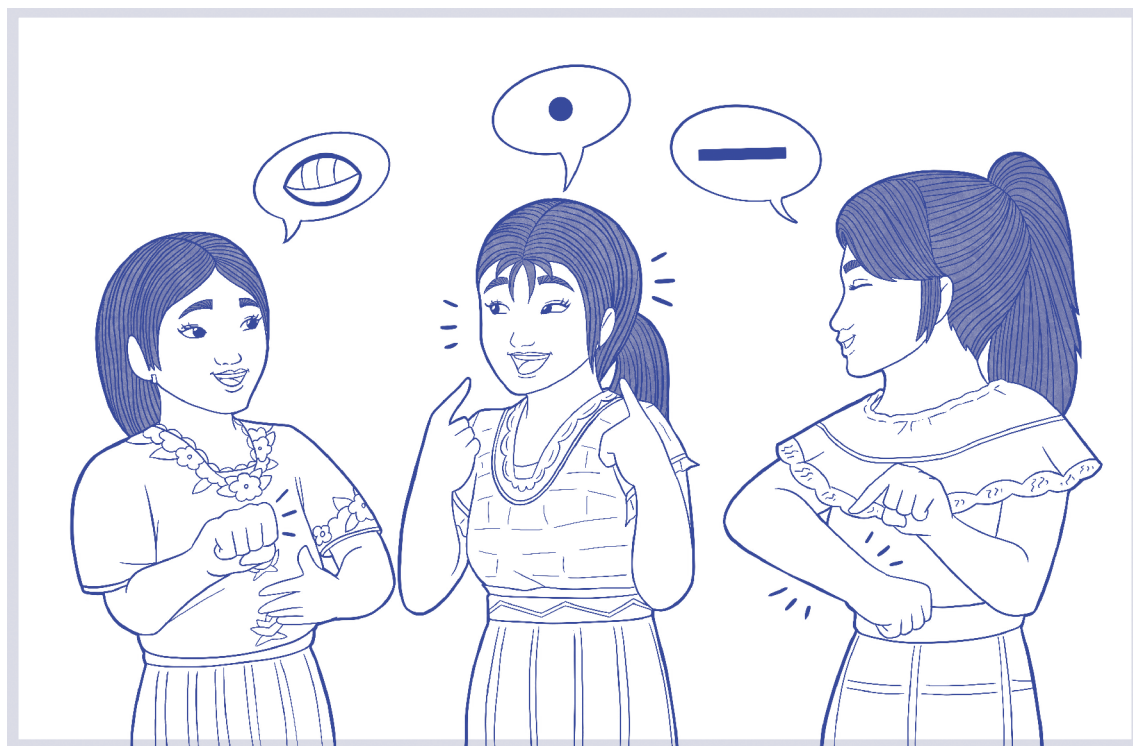


uno



cinco

Recuerde a las y los alumnos que el sistema vigesimal tiene relación con el cuerpo humano.



El sistema matemático vigesimal maya se fundamenta y tiene sus bases desde la persona, con su plenitud y su espiritualidad.

Utilice la ilustración de una persona o invite a uno de los y las escolares a ejemplificarlo con su cuerpo.

El puño para señalar el cero.

Señale la cabeza que simboliza el punto o la unidad.

Sus brazos son la barra.

Ahora, cada estudiante debe dibujar su cuerpo señalando:

El puño representa el cero.

La cabeza representa el punto.

El antebrazo representa la barra.

3. Relación con la vida cotidiana



En esta sección se busca que los y las escolares se apropien de los símbolos del sistema vigesimal. Es importante dar a conocer que se trata de un tema de actualidad, útil y funcional en los quehaceres cotidianos.

Se puede encontrar la aplicación de la matemática en todo lo que rodea a las personas. Todo es susceptible de ser contado: la hora, los días, los objetos, las partes del cuerpo. Cuando se quiere saber cuánto hay, cuánto es, ahí hay cálculos matemáticos.

Utilice con las y los escolares recursos que estén al alcance para realizar las siguientes actividades:

- Las y los alumnos observan en el contexto y en la naturaleza objetos similares a la forma del símbolo del cero, el punto y la barra. Posteriormente dibujan lo observado.
- Invite a sus alumnos/as a recolectar hojas, flores, palitos y piedras pequeñas para representar los símbolos de la numeración maya. Posteriormente deben agrupar de cinco en cinco lo recolectado y en un papel lo dibujan junto a los símbolos de la numeración maya. También pueden escribir las cantidades en el idioma maya, del uno al cinco.
- Solicite a sus alumnas/os llevar semillas y un recipiente, puede ser una canasta pequeña. Una a una, deben introducir las semillas en el recipiente haciendo un conteo del 1 al 5 en el idioma de su localidad. Por ejemplo, en *kaqchikel*: *jun*, *ka'i'*, *oxi'*, *kaji'*, *wo'o'*.

Para continuar conociendo la práctica de la matemática del sistema vigesimal en la actualidad, comparta la experiencia de la abuelita Beta:

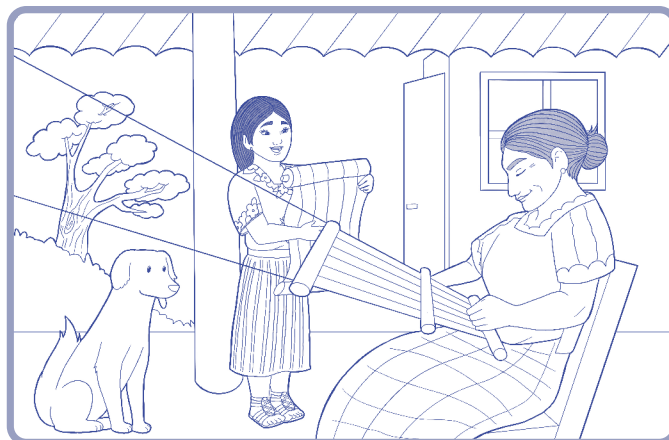
Conversando con la abuelita Beta

La abuelita Beta nos explica las actividades que realiza en su diario vivir. Elabora huipiles, fajas y otros tejidos. El día de mercado vende. Va al campo a vigilar que los trabajos de su siembra estén realizados. Utiliza la matemática maya en todo lo que hace. Cuenta las semillas para la siembra que entrega a las personas que van a sembrar en su terreno. Controla el tiempo que corresponde a cada trabajo del proceso de la siembra. Lleva las cuentas de la compra y venta que realiza en el mercado. Esto nos hace ver que el sistema vigesimal sí permanece, está vivo en la práctica.

En la elaboración de los huipiles, ella nos indicó que cuenta de 20 en 20 los hilos de colores que lleva la tela de un huipil. Cuando inicia con el trabajo de la urdida, también cuenta los hilos de 2 en 2, de 5 en 5. O para el bordado de las flores de los huipiles.

La abuelita cuenta las semillas para la siembra de maíz, ella habla de *jun etab'äl* o 1 libra, *ka'i' etab'äl* o 2 libras. Depende de cuánto va a sembrar, nos habló de 1 cuerda que es *jun k'an*.

La abuelita Beta nos dio información sobre la práctica del sistema vigesimal vigente en las comunidades.



4. Aplicación del sistema vigesimal



Para la aplicación del sistema vigesimal, lleve un billete de cualquier denominación para mostrar a los y las escolares los símbolos de la numeración maya que aparecen en todos los billetes.

- Invite a los estudiantes a observar el billete.
- Los estudiantes deben ubicar dónde se visualiza la cifra en la numeración maya.
- Pregunte si habían visto que los billetes llevan su valor en numeración maya.
- Los estudiantes dibujan en grande el número del sistema maya que aparece en el billete, en una hoja o en el pizarrón.

Actividad fuera del aula:

Las y los escolares deben preguntar a un adulto cómo realiza sus cuentas y qué idioma utiliza para realizar compras en el mercado.

- Escribir la respuesta del adulto.
- Ejemplificar cómo realiza sus cuentas.
- Identificar qué idioma utiliza el adulto cuando realiza sus compras.
- Elaborar una ilustración o dramatizar una escena acerca de lo aprendido.
- Exponer la experiencia en clase con las y los compañeros.

Ejercicio en clase:

- En esta dinámica, los y las estudiantes deben abrir y cerrar las manos una y otra vez contado del uno al cinco en el idioma de su comunidad. Por ejemplo: «abro mis puños, *jun*, abro mis puños, *ka'i'*, abro mis puños, *oxi'*, abro mis puños, *kaji'*, estiro mis brazos, *wo'o'*».
- De pie, los y las estudiantes forman un círculo. Proceden a cerrar y abrir los puños varias veces. Pregunte: ¿Qué figura observamos en los puños?
- A continuación, invite a los y las estudiantes a observar los ojos de uno/a de sus compañeros/as. Pregunte: ¿A qué símbolo se parecen los ojos?
- Tracen los símbolos del cero, un punto y la barra en el aire o sobre el suelo.
- A medida que lo hacen, deben pronunciar los números del 1 al 5 en el idioma de su área lingüística.

5. Ejercicios



A partir de la aplicación de la pedagogía maya, el objetivo de esta sección es ejercitar los aprendizajes realizados sobre el sistema matemático maya y la utilización de los símbolos en el conteo del 1 al 5.

5.1. Reflexión en silencio

Invite a los y las escolares a imaginar en silencio sobre los alcances del conocimiento maya en ciencias como la agricultura, la astronomía o la arquitectura. Posteriormente, invite a reflexionar sobre las bases de la matemática maya y los símbolos que se utilizan en el sistema vigesimal: cero, punto y barra. Oriénteles a contar en silencio del 1 al 5 los objetos que observan a su alrededor.

5.2. Momento de la palabra

Cada estudiante expresa con sus propias palabras lo que pasó por su mente durante el momento de silencio.

En voz alta cuentan del 1 al 5 objetos, animales, plantas o personas.

5.3. Red de relaciones

Organice a los escolares en grupos para que elaboren un cartel que contenga 5 elementos que observan en el contexto. Deben enumerar las ilustraciones con la numeración maya del 1 al 5.

•	• •	• • •	• • • •	—
<i>jun</i>	<i>ka'i'</i>	<i>oxi'</i>	<i>kaji'</i>	<i>wo'o'</i>

Aquí se pone en práctica una primera regla de la representación de cantidades en la numeración maya. No se pueden colocar más de 4 puntos. Para expresar 5 unidades, se traza una barra. Si no se siguiera esta norma, se podría utilizar puntos y más puntos hasta el infinito.

5.4. Procesos vivenciales

Solicite a cada estudiante llevar objetos para ejercitar el conteo del 1 al 5 en el idioma maya de su comunidad. Por ejemplo, en idioma *kaqchikel*: *jun, ka'i', oxi', kaji', wo'o'*.

5.5. Acompañamiento

Salga con los alumnos del aula y observen si hay árboles a su alrededor.

- Cuenten cuántos árboles observan.
- Pregunte: ¿Quiénes han sembrado esos árboles?
- ¿Cuántos árboles han sembrado ellos en su vida?
- Piensen en 5 beneficios de los árboles, haciendo énfasis en el conteo del uno al cinco.

5.6. Búsqueda del bien común

En esta sección motive a los alumnos a proponer un proyecto de reforestación.

Para iniciar, los alumnos deben buscar orientación de adultos de la comunidad para saber cómo y dónde pueden sembrar árboles.

Cada alumno/a siembra 5 árboles en macetas en el patio de su casa, en algún huerto o en la escuela, cuidándolos hasta que estén listos para plantarlos en el lugar elegido.

Para realizar el cuidado de los árboles sembrados, las y los estudiantes se organizan en comisiones para las tareas de regar, abonar, limpiar la maleza e informar sobre los avances del proyecto.



Así culmina el proceso para ejercitar las competencias en esta unidad.

Para evaluar los logros, los y las estudiantes pueden:

- Elaborar una gráfica que tenga relación con el desarrollo de los conocimientos de la ciencia maya.
- Escribir dos ideas sobre las bases de la numeración maya.
- Entregar en una maqueta los símbolos que se utilizan en la numeración maya.
- Ilustrar 5 objetos con sus nombres y enumerarlos con la escritura maya.

6. Preguntas de reflexión



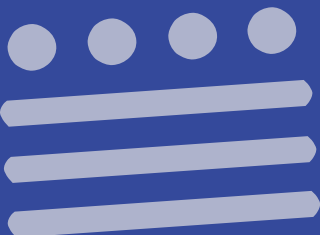
Organice a la clase en forma de círculo. De acuerdo con la edad de las y los estudiantes, plantee las siguientes preguntas de reflexión para abrir un diálogo. Motive a los y las alumnas a expresar sus ideas con sus propias palabras.

- ¿Qué importancia tiene la ciencia maya en la actualidad?
- ¿Qué importancia tienen las bases de la numeración maya?
- ¿Cuál es la relación del sistema vigesimal con el cuerpo humano?
- ¿Qué se entiende como plenitud de la persona en la cosmovisión maya?

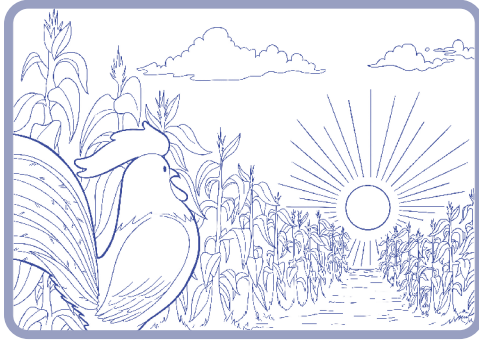
Con estas reflexiones finaliza la primera unidad de la *Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal*.

Unidad II

El conteo en el sistema
vigesimal del 1 al 20



1. Actividades de motivación



Para iniciar la segunda unidad, invite a los y las estudiantes a relacionar el sistema vigesimal con su persona, su cuerpo, su unidad como persona y su plenitud.

La construcción matemática del sistema vigesimal maya se fundamenta en el *Kajtz'uk Jun Winaq*, escrita en el idioma *kaqchikel*. *Jun Winaq* quiere decir una persona completa.

El ser humano tiene 20 dedos en las manos y pies, por eso los mayas se basan en el número 20.

La barra del Wo'o' (5), en la matemática maya, gráficamente representa el antebrazo del ser, de los cuales surgen 5 dedos por cada mano y pie y que multiplicados por 4 dan 20 dedos del ser, que sirven de fundamento natural del sistema vigesimal y que conectados con el movimiento lunar cobran sentido dinámico y connatural. La función principal del sistema vigesimal o matemática maya es sujetar la vida del ser con la naturaleza e indicar las ocasiones espirituales para encontrar equilibrio y armonía con el universo. (Pablo, *et al.*, 2009, p. 29)

2. Contenido



2.1. Significado del símbolo cero en la numeración maya

Repase con los y las estudiantes los símbolos que representan el cero, el 1 y el 5, tal como se describió en la primera unidad.

Con el fin de llevar a la práctica y dar sentido a los aprendizajes, buscando romper con lo abstracto, solicite a los y las estudiantes semillas de distintas clases.

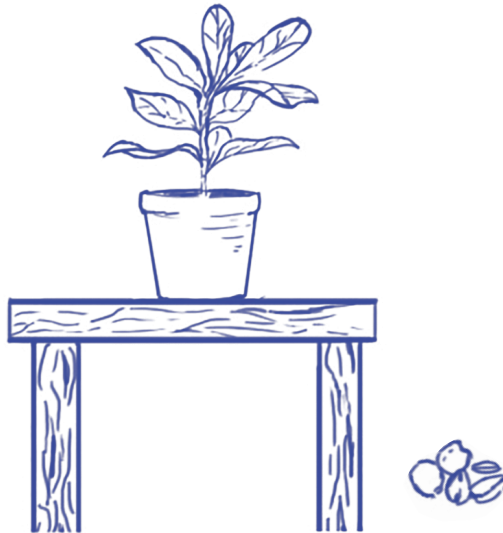
Realice la siguiente pregunta a los y las escolares:

¿De dónde surge una planta? ¿Cómo surge la planta de maíz, los árboles de mango, jocote, aguacate, anona y manzana?

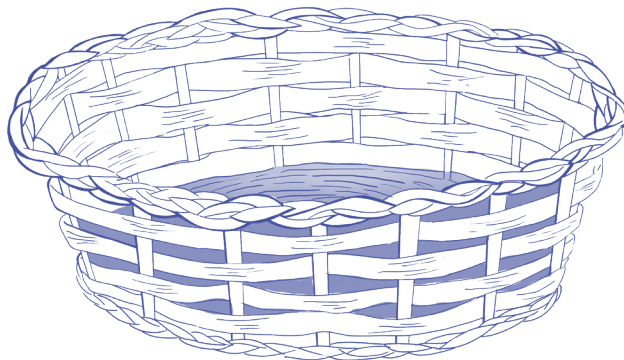
Explore con sus estudiantes el significado del cero en la numeración maya utilizando las semillas. Los y las estudiantes pueden realizar el dibujo de una planta que nace de una semilla o intercambiar las semillas entre sí para ver sus formas y colores.

Motive la reflexión sobre la relación del cero con una semilla: de la semilla surge la planta y de la planta surge el fruto. La semilla es un punto de partida.

Como la semilla, en la matemática maya el cero es un punto de partida también.



Otro ejemplo para representar el número cero es tomar una canasta o un recipiente vacío. Demuestre que el recipiente contiene cero objetos. ¿Se podría expresar la idea de cero sin el recipiente? Para tener la idea de cero ha sido necesario contar con un recipiente. Para representar la idea de cero, siempre se parte de algo concreto.



Cuando los estudiantes hayan comprendido el sentido del cero (la idea de una semilla que contiene la plenitud o un recipiente contenedor), el siguiente paso es reforzar los otros símbolos que se utilizan en el sistema vigesimal.

2.2. Utilización de los símbolos de la numeración maya



cero



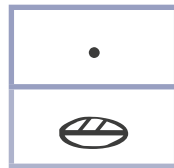
uno



cinco

En la primera unidad se conoció una norma en la escritura de los números mayas. En esta sección se conocen las demás:

- Se puede utilizar un máximo de 4 puntos. Para expresar 5 unidades, los puntos se convierten en una barra.
- Se puede utilizar un máximo de 3 barras (3 veces 5). Para representar el número 20 no se pueden trazar 4 barras (4 veces 5). Por lo tanto, se utiliza el punto en la posición inmediata superior y en el lugar de las 4 barras se utiliza el cero.



el cero se escribe una sola vez en una misma posición

- el punto se puede escribir hasta 4 veces en una misma posición



la barra se puede escribir hasta 3 veces en una misma posición.

Para reforzar la utilización de la numeración maya, cuente la siguiente historia o bien, invente un relato con su propia creatividad:

Un día, Lucía y Lucas jugaban a representar cantidades utilizando los números mayas. Todo resultaba fácil cuando representaban cantidades pequeñas, 2 flores las representaban con 2 puntos, 4 dedos los representaban con 4 puntos. En la medida que encontraban cantidades grandes, la representación con puntos resultó algo muy difícil y cansado. Se dieron cuenta de que tenían que

usar mucho espacio y mucho tiempo para representar cantidades con puntos. Entonces pensaron en agruparlos y cada agrupación debería ser representada por un símbolo diferente. Un grupo de 5 lo representaban con una barra; un grupo de 10, con 2 barras; un grupo de 15, con 3 barras. Pero también encontraron dificultades si utilizaban muchas veces la barra. Así que decidieron investigar y encontraron que: el cero se usa solo una vez, los puntos únicamente se repiten 4 veces, la barra se repite 3 veces.

Lucía y Lucas lograron escribir fácilmente, sin cansarse y utilizando poco espacio, muchas cantidades utilizando estos 3 símbolos.

Autora: Celia Ajú.

Poco a poco, al practicar estas normas se podrá comprobar que es posible representar cantidades grandes e incluso muy grandes ubicando los símbolos en posiciones diferentes.

2.3. *Conteo del 1 al 20*

Para desarrollar las habilidades del conteo en la numeración maya, invite a los y las escolares a realizar la siguiente actividad:

- Las y los estudiantes sacan de una bolsa, una por una, 5 piedras que representan la unidad. Expresan los números en el idioma de su comunidad lingüística. Por ejemplo: *jun*, *ka'i'*, *oxi'*, *kaji'*, *wo'o'*.
- Como no es posible utilizar 5 puntos, a continuación, cambie una piedra por un objeto que represente la barra, por ejemplo, un palito.
- Ahora, se procede a llenar las bolsas con diversos objetos pequeños y cada estudiante saca 5 objetos mencionando su nombre y número.

- En el suelo o en hojas grandes cada estudiante dibuja sus 2 manos. Deben colocar en cada dedo el número que corresponde, hasta el 10. Posteriormente cuentan en voz alta: *jun, ka'i', oxi', kaji', wo'o', waqi', wuqu', waqxaqi', b'eleje', lajuj*.
- Deben repetirlo varias veces, hasta realizar el conteo de memoria.

Comparta con los y las estudiantes los siguientes números y analicen su composición:

			
5	10	15	19

Utilice otros ejemplos como los siguientes:

¿Cómo representar una docena? entregue a los estudiantes granos de maíz y palitos para representar las unidades y las barras. Por cada 5 granos de maíz deben cambiar a una barra. Como resultado deben colocar 2 barras y 2 puntos. Ejercite este procedimiento con otras cantidades menores a 20.

Canción

Ponga en práctica el conteo del 1 al 20 por medio de una melodía. Utilice la música para ejercitar las habilidades de los estudiantes. Por ejemplo:

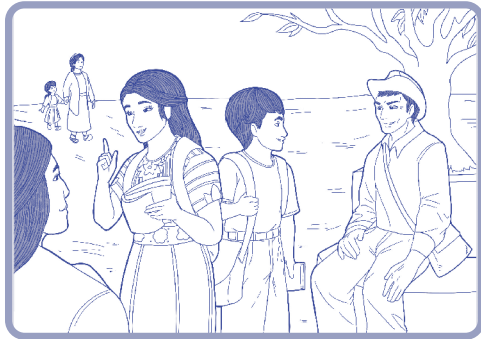
Yin k'o
Jun nujolom.
Ka'i' nuwäch
Oxi' nutz'ib'ab'al
Kaji' wetz'ab'al
Wo'o' ruwi' jun nuq'a'
Waqi' nukab'
Wuqu nujuna'
Waqxaqi' nutz'i'
B'eleje' sik'iwuj
Laju ruwi' nuq'a'

*Julajuj nume's
Kab'lajuj nutzyaq
Oxlajuj wach'alal
Kajlajuj wek'
Wolajuj wachib'il
Waq'lajuj laq
Wuqlajuj ch'akät
Waqxaqlajuj nupatix
B'elejlajuj pwaq
Juk'al nub'än ruwi waqän, ruwi' nuq'a.*

Yo tengo
1 cabeza
2 ojos
3 lapiceros
4 juguetes
5 dedos en una mano
6 dulces
7 años
8 perros
9 libros
10 dedos de las manos
11 gatos
12 mudadas de ropa
13 familiares
14 pollos
15 compañeros
16 trastos
17 sillas
18 patos
19 centavos
20 los dedos de los pies y las manos.

Autora: Celia Ajú.

3. Relación con la vida cotidiana



Es hora de contextualizar lo aprendido relacionándolo con la vida diaria.

Motive a los y las escolares a observar el lugar donde se encuentran y entre todos identifiquen 20 objetos de diferentes tamaños, formas y colores.

- En voz alta deben expresar las formas, tamaños y colores de los objetos.
- Tomar o señalar los objetos y contar hasta 20.
- Dibujar los objetos en el cuaderno y enumerarlos con el sistema maya.

Relate a sus estudiantes una historia de la comunidad o bien, canten juntos una melodía donde se ejercite el conteo del 1 al 20. Por ejemplo:

Kaji' me's ye'oq' mi'a'u, mi'a'u, mi'a'u, mi'a'u
toq yenum
toq k'o tew.
Nikisiloj kaji' kismachi'
toq yekikot.
Yeropin, yeropin jun, ka'i', oxi', kaji' wo'o'.

Autora: Celia Ajú.

4. Aplicación del sistema vigesimal

La tabla de escala y el valor de cada posición

La tabla de escala sirve para comprender el valor de cada posición al momento de escribir números mayas. En esta sección, los y las estudiantes aprenden el valor de las posiciones utilizando la tabla.

.	20^3	$20 \times 20 \times 20 = 8000$
.	20^2	$20 \times 20 = 400$
.	20^1	$20 \times 1 = 20$
.	20^0	1

Para este ejercicio se necesita:

- Pliegos de papel o cartulina
- Marcadores, crayones, lápices o lapiceros
- Regla

Esta actividad también se puede realizar en el suelo o al aire libre.

Instrucciones:

- Con la regla trace una tabla de escala como se muestra en la figura.
- Explique a sus estudiantes el valor de cada posición, de abajo hacia arriba. El valor relativo de los signos numéricos aumenta de forma vertical de abajo hacia arriba con base en veinte.

Observar detenidamente el valor de las posiciones:

<i>Juchuy</i>	.	Valor x 8000
<i>Juq'ó</i>	.	Valor x 400
<i>Juk'al</i>	.	Valor x 20
<i>Jun</i>	.	Valor x 1

La primera posición de abajo hacia arriba corresponde a las unidades. El punto tiene el valor de 1.

La segunda posición corresponde a las veintenas. El punto equivale 20.

Situado en la tercera posición, el punto expresa 400.

En la cuarta escala, el valor del punto es 8000.

El valor que se ubique en cada nivel valdrá tantas veces como vale cada posición: unidades, veintenas, cuatro centenas, ocho miles, etcétera. Por ejemplo:

El número:

.
.
.
.

Equivale a 8421. ¿Por qué? Analice la tabla junto a sus estudiantes:

.	$1 \times 8000 = 8000$
.	$1 \times 400 = 400$
.	$1 \times 20 = 20$
.	$1 \times 1 = 1$

Total = 8421

Utilizando la tabla de escala, experimente con los escolares la combinación de los tres signos, el cero, el punto y la barra, para formar diferentes cantidades.

A continuación, algunos ejemplos:

.	Un punto	Valor 8000	Una vez 8000 = 8000
..	Dos puntos	Valor 800	Dos veces 400 = 800
...	Tres puntos	Valor 60	Tres veces 20 = 60
....	Cuatro puntos	Valor 4	Cuatro veces 1 = 4

El número maya anterior equivale a 8864.

Trabajo en grupos:

- Por grupos, las y los estudiantes elaboran la tabla de escalas en una hoja o superficie.

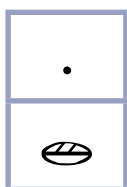
- Emplean los tres signos para formar diferentes cantidades y los colocan en la tabla de escalas.
- Calculan y exponen el valor de las combinaciones que realizaron.
- Realizan un pequeño resumen sobre la tabla de escalas, su uso y los valores de cada posición.

Si observa dificultades, refuerce la enseñanza. Sin embargo, se continuará ejercitando el conteo del 1 al 20 y el uso de la tabla de escalas en los siguientes ejercicios.

.	..	...		—	÷	÷÷	÷÷÷	÷÷÷÷	=
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

									.
÷	÷÷	÷÷÷	÷÷÷÷	≡	≡÷	≡÷÷	≡÷÷÷	≡÷÷÷÷	0
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Observe la escritura de los números mayas y su equivalencia en el sistema decimal. Como al llegar a 20 no se pueden colocar 4 barras (4 veces 5), se cambian por un punto en la segunda posición (1 unidad x 20) y se coloca el cero en la primera posición. Esta es la manera correcta de representar la veintena.



Ahora es posible construir otras cantidades con los números mayas de 20 en adelante.

.	.	..	...		—	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	.	..	...		—	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

.	.	..	...		—	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41

Observe que al escribir 40 (2 veces 20), se colocan 2 puntos en la segunda posición y en la primera posición empieza otro ciclo de cero a 19. Siga la secuencia siguiente hasta llegar al número 52:

..	..	..	..							
..	...		—							
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

Observe que al escribir 60 (tres veces 20), se colocan 3 puntos en la segunda posición y en la primera posición comienza otro ciclo de cero a 19. Complete la secuencia hasta 70:

...	...	...	...							
⋮	.	..	...							
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

Complete las secuencias a partir de 80 y 100:

....										
☉	.	..								
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

—	—	—								
☉	.	..								
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110

El aumento de los números en la segunda posición conducirá hasta 399:

=	≡	≡	≡	≡	≡	≡	≡	19 x 20
☉	☉	≡	☉	☉	☉	☉	☉	19 x 1
200	300	315	316	317	318	319	399	

Observe que después de 399 se abre una tercera posición en la escala superior para poder representar 400:

.	1 x 400
☉	0 x 20
☉	0 x 1

Para poner en práctica estas competencias, escriba junto a sus estudiantes los siguientes valores en numeración maya: 450, 480, 500, 600, 700, 799, 800.

5. Ejercicios



Es momento de aplicar la pedagogía maya para ejercitar los conocimientos de la unidad.

5.1. Reflexión en silencio

Incentive a sus estudiantes a recordar con los ojos cerrados y en silencio las competencias logradas durante la unidad: el conteo del 1 al 20 y la utilización de la tabla de escalas.

5.2. Momento de la palabra

Invite a las y los escolares a expresar lo meditado y decir con sus propias palabras alguna de las habilidades adquiridas. Pídales un ejemplo.

5.3. Red de relaciones

Ejercite con sus estudiantes el conteo del 1 al 20 a través del siguiente juego:



- Para esta dinámica debe ilustrar en el suelo la A mayúscula, la B, la U y la V.
- También trazar un medio círculo unido a un cuadrado, un triángulo, un círculo, un rectángulo y una estrella. Estas figuras van una tras otra.
- En las letras A, B, U, V y en y las figuras colocar los nombres de la numeración maya de 2 en 2: *ka'i'*, *kaji' waqi*, *waxaqi'*, *lajuj*, *kab'lajuj*, *kajlajuj*, *waqlajuj*, *waqxaqlajuj*, *juk'al*. Al final da el total de 20.
- Por turnos, los y las alumnas saltan en cada figura, expresando los valores en numeración maya y sumando cada valor.
- Vaya cambiando los valores en cada figura. El/la estudiante que se equivoca sale del juego.
- Al principio puede ser lento, pero el objetivo es expresar cantando los valores sumados.

Con creatividad aplique otras actividades lúdicas para ejercitar el conteo del 1 al 20.

5.4. Procesos vivenciales



Organice una excursión con sus estudiantes en la comunidad. Busque un espacio al aire libre para practicar el conteo del 1 al 20 utilizando materiales de la naturaleza.

- Las y los estudiantes deben llevar cuaderno, lápiz y crayones para anotar y dibujar.
- Durante el camino deben contar las casas, las plantas, los árboles, los animales, todo lo que observan.
- En el recorrido se realiza una parada para dibujar y anotar lo observado. Lo enumeran.
- De vuelta en el aula, los y las estudiantes realizan una puesta en común, contando sus experiencias y aplicando el conteo del 1 al 20.
- Calculan cuánto tiempo invirtieron en la excursión realizada.
- Calculan la distancia recorrida en metros, cuerdas u otra unidad de medida.
- Utilice con las y los estudiantes la tabla de escalas para escribir los datos según las reglas de la numeración maya.

5.5. Acompañamiento

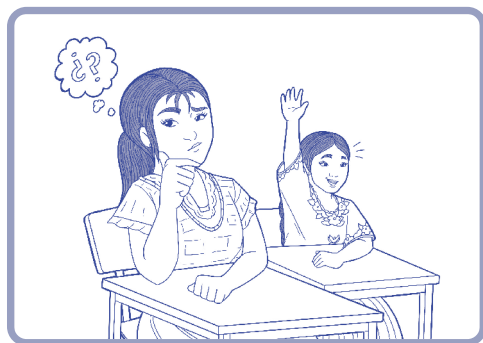
Motive a sus estudiantes a compartir con un adulto de su familia lo aprendido acerca del conteo del 1 al 20 en numeración maya.

5.6. Búsqueda del bien común

Oriente a los escolares a realizar un proyecto denominado: «Enseño a otros lo que aprendo»

- Cada alumno/a enseña a un miembro de su familia a contar del 1 al 20 en numeración maya durante 20 minutos al día en un total de 5 días.
- Al finalizar el plazo, cada estudiante comparte sus experiencias en clase: ¿A quién enseñó a contar del 1 al 20 en el sistema maya? ¿Cómo fue la experiencia?

6. Preguntas de reflexión

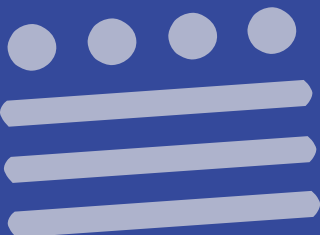


Asigne a los estudiantes la siguiente tarea para reflexionar:

- Preguntar a una señora cuántas horas del día trabaja en su casa y fuera de su casa.
- Preguntar a un señor cuántas horas del día trabaja en su casa y fuera de su casa.
- Calcular cuántas horas del día descansa la señora.
- Calcular cuántas horas del día descansa el señor.
- Reflexionar si hay diferencias en el número de horas que trabajan y descansan las mujeres y los hombres.

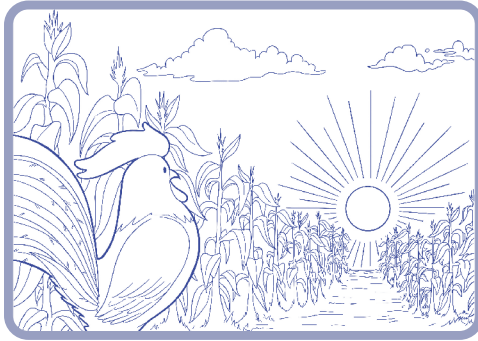
Unidad III

La adición en el sistema vigesimal



La operación adición es una operación matemática que significa juntar cantidades, llamadas sumandos, para formar una nueva cantidad conocida como suma o total.

1. Actividades de motivación



Es importante motivar a las y los estudiantes durante los primeros ejercicios de adición, ya que requiere mucha práctica. Estos ejercicios servirán para construir las bases para los otros grados y niveles escolares.

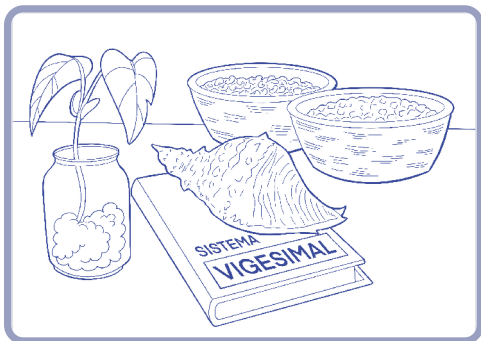
En esta unidad se utiliza la tabla de escalas y se realizan actividades de observación, imaginación y cálculo.

Actividad inicial:

- Los y las estudiantes suman cuántas niñas y cuántos niños hay en la clase.
- Suman cuántas maestras y cuántos maestros hay en la escuela.
- Suman cuántas semanas tiene el mes en curso.

Después de ensayar el conteo, ahora se verá la forma de sumar en el sistema vigesimal.

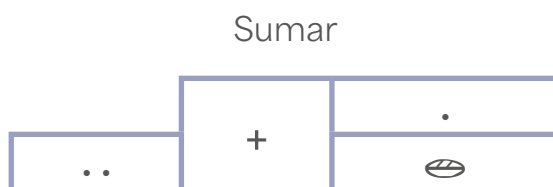
2. Contenido



Una manera de sumar en el sistema de numeración maya consiste en juntar cantidades de forma horizontal. Antes se debe recordar las normas:

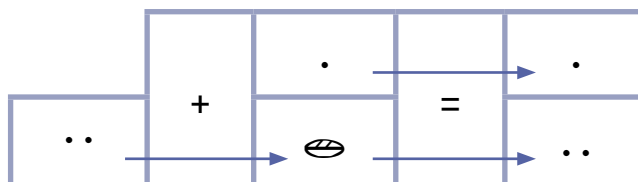
- Cada vez que se juntan 5 puntos, se cambian por una barra.
- Cada vez que se juntan 4 barras, o sea 20 unidades, se cambian por la imagen del cero en la posición donde se juntó esta cantidad y un punto en la posición inmediata superior.

Ejemplo:



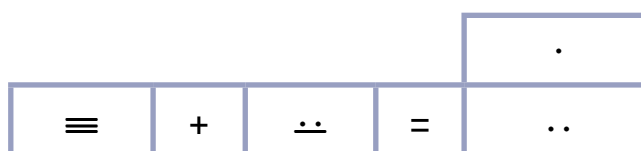
La tabla de escalas ayuda a realizar la operación de manera ordenada. La primera cantidad tiene dos unidades en una sola posición, la segunda cantidad tiene una unidad en la segunda posición y cero en la primera posición. Se colocan en las escalas una junto a la otra y se puede utilizar el símbolo « + » conocido como suma.

El resultado es una unidad en la posición de las veintenas y 2 unidades en la posición de las unidades. Total: 22.

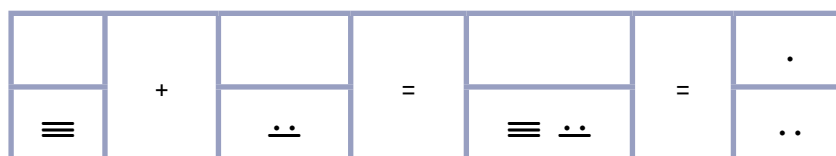


En las operaciones de adición se juntan unidades con unidades, veintenas con veintenas y así sucesivamente. En otras palabras, se suma posición con posición.

Otro proceso de igual resultado con datos diferentes, por ejemplo: 15 más 7 igual 22.



Observe la gráfica: 15 granos de maíz + 7 granos de maíz, resultado: 22.



El procedimiento es juntar estas dos cantidades en la posición de las unidades o primera posición. Observe que se juntan 4 barras y 2 puntos. Las 4 barras se cambian por un punto en la segunda posición o posición de las veintenas. Las 2 unidades permanecen en la primera posición. El total es un punto en la segunda posición y 2 puntos en la primera posición, es decir, una veintena y 2 unidades.

Comparta los siguientes ejemplos:

...	+		=	$\frac{\cdot\cdot}{\cdot}$
-----	---	------	---	----------------------------

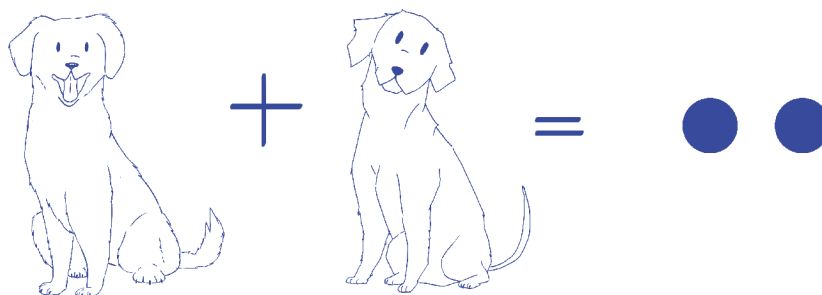
.	+	..	=	...
..		..		

..	+	.	=	...
..		...		—

.	+		=	—
..		$\frac{\cdot\cdot}{\cdot}$		...

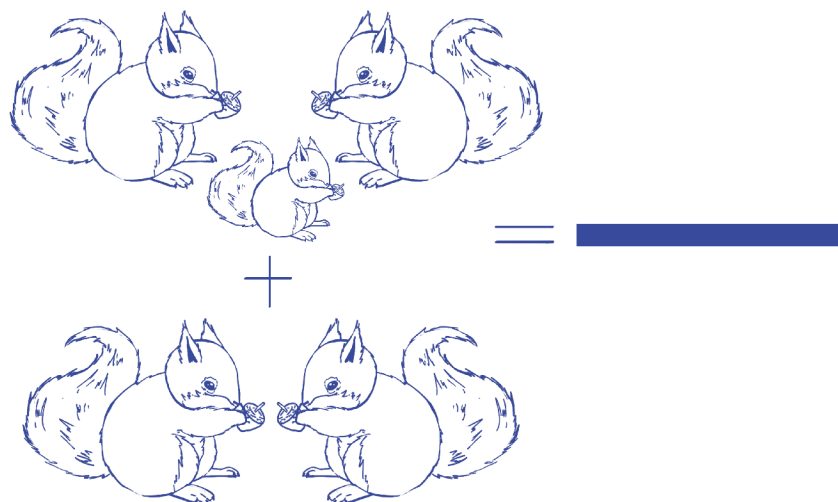
Dibuje en el pizarrón o en hojas grandes los siguientes ejercicios. Puede cambiar las ilustraciones por objetos que tenga en el contexto.

Un perrito más otro perrito es igual a 2 perritos



.	+	.	=	..
---	---	---	---	----

Tres ardillas + 2 ardillas es igual a 5 ardillas



...	+	..	=	—
-----	---	----	---	---

Cinco lapiceros + 5 lapiceros es igual a 10 lapiceros



—	+	—	=	==
---	---	---	---	----

Introduzca experiencias cotidianas para enriquecer el proceso de enseñanza:

El abuelo compró en el mercado 2 panes de diferente tamaño. Uno de los panes le costó 5 quetzales, pero no recuerda cuánto le costó el pan más grande. En total le cobraron 14 quetzales. ¿Cuánto costó el otro pan? Con números mayas se opera de la siguiente manera para encontrar uno de los sumandos:

—	+		=	⋮
---	---	--	---	---

Esta operación se puede resolver de dos formas:

1. Calcular un número que sumado con — es igual a ⋮.
2. A ⋮ se le quitan —. Es decir, se quita una barra. Quedan 4 puntos y una barra que equivalen a ⋮.

—	+	⋮	=	⋮
---	---	---	---	---

Proponga a sus estudiantes más ejercicios de este tipo, utilizando palitos y granos de maíz. Trabajar con materiales concretos facilita la resolución de los ejercicios.

3. Relación con la vida cotidiana



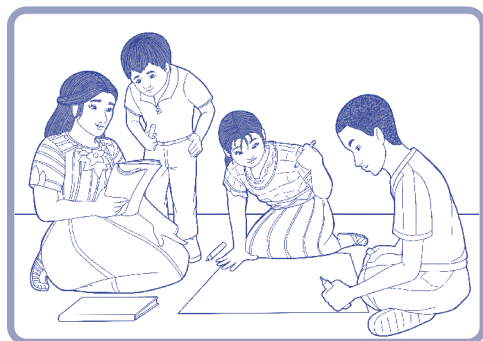
En esta sección se motiva a aplicar la adición en conteos y resolución de problemas matemáticos relacionados con la vida cotidiana.

Oriente a los y las escolares para que realicen un estudio en casa.

Deben responder las preguntas y realizar las sumatorias utilizando la numeración maya:

- ¿Cuántas personas viven en mi casa?
- ¿Cuántos hermanos tengo?
- ¿Cuántas mujeres y cuántos varones?
- ¿Qué edades tienen los miembros de mi familia?
- ¿Cuántos van a la escuela?
- ¿Cuántos árboles hay en mi casa? ¿Quién los sembró?
- ¿Cuántos animales tengo en mi casa? ¿Qué animales son?

4. Aplicación del sistema vigesimal



En esta sección, las y los estudiantes realizan operaciones de adición utilizando la tabla de escalas.

Materiales:

- Un cartón, papel o cuaderno para trazar la tabla de escalas.
- Granos o piedritas para representar unidades, palillos para representar conjuntos de 5 y conchas para representar el cero.

Ejemplo 1:

...	+	=	=	≡
-----	---	---	---	---

Observe que 4 puntos más 2 barras es igual a 14 (4 unidades y 2 veces 5).

Ejemplo 2:

.				.
⊖	+	≡	=	≡

En la primera posición se suman cero unidades más 12 unidades. En la segunda posición se suman una veintena más cero veintenas. El resultado es una unidad en la segunda posición (una veintena) y 12 unidades en la primera posición.

El total es 32.

Ejercite con las y los escolares las siguientes operaciones:

—	+	⋮	=	
⋮	+	⋮	=	
≡	+	=	=	
⋮	+	⋮	=	
.				
⦿	+	—	=	

Invite a sus estudiantes a realizar las operaciones en el pizarrón:

- Deben trazar la tabla de escalas.
- Los compañeros/as de clase pueden proponer los números a sumar.
- Incentive a su estudiante a explicar con sus propias palabras el procedimiento de la operación.

Ejercicios para resolver en grupos:

1.

—		≡
≡	+	—
2.

≡		...
≡	+	☉
3.

...		≡
÷	+	≡
4.

÷		≡
≡	+	...
5.

...		≡
≡	+	÷

Actividad en grupos:

Con el objetivo de poner en práctica la adición, los y las estudiantes deben plantear varias parejas de sumandos para obtener las siguientes cantidades:

..
≡

Esta cantidad es 49.

Para obtener 49, se pueden realizar varias sumas. Por ejemplo: $25 + 24$, $30 + 19$, $20 + 29$, etcétera.

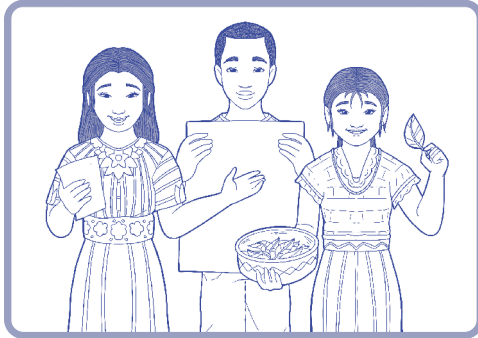
La siguiente cantidad es 179:

≡
≡

Para obtener 179, practicar sumas como: $100 + 79$, $90 + 89$, $80 + 99$, $129 + 50$.

Por supuesto, todas las parejas de sumandos deben escribirse con números mayas.

5. Ejercicios



En este apartado se utiliza la pedagogía maya para reforzar los aprendizajes sobre las operaciones de la adición en el sistema vigesimal maya.

5.1. Reflexión en silencio

- Los y las escolares se forman en círculo.
- De pie, cierran sus ojos, piensan y meditan tratando de sentir todas las partes de su cuerpo.
- Cuentan los dedos de sus manos y pies.
- Calculan cuántos dedos de pies y manos hay, suman el total entre todos los compañeros y el docente.

5.2. Momento de la palabra

- En voz alta, cada estudiante cuenta los dedos de las manos y los pies de un compañero.
- Cuentan cuántas niñas y niños hay, después suman el total.
- Cuentan los brazos y las piernas de cada uno y obtienen el resultado.

5.3. Red de relaciones

En grupos, las y los estudiantes realizan sumatorias de útiles escolares que se encuentran en clase:

Por ejemplo: lápices, cuadernos, libros, crayones, borradores, sacapuntas, etcétera. Obtienen el resultado de cada útil escolar.

Escriben la cantidad utilizando el cuadro de escalas.

5.4. Procesos vivenciales

Ponga en juego la creatividad de sus estudiantes, organizando un juego donde todos participen para realizar operaciones de la adición. Por ejemplo:

¡Jugar es divertido, sumar es fácil, adivinemos!

- Elabore un recipiente con algún material reciclado.
- Cada alumno/a coloca en el recipiente una cantidad de semillas u objetos sin que sus compañeros/as se den cuenta.
- Pasan de .. en .. y con el tacto adivinan qué hay en el recipiente y cuentan la cantidad. Expresan la sumatoria en voz alta.

5.5. Acompañamiento

- Como tarea, indique a sus estudiantes observar a un adulto mientras se dedica a comprar o vender. Analizar cómo realiza las operaciones de la suma cuando lleva a cabo esta actividad.
- El/la estudiante debe preguntar al adulto cómo realiza los procedimientos de conteo de su venta o compra.
- En clase, los y las estudiantes comparten sus hallazgos.

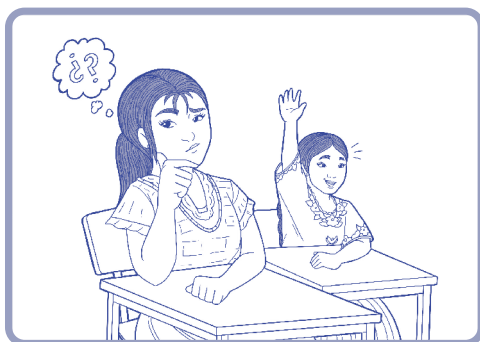
5.6. *Búsqueda del bien común*

Organice a sus alumnos/as en grupos y oriénteles a formular un proyecto sencillo para atender las necesidades en la escuela o el aula. Por ejemplo:

- Un grupo elabora un proyecto de los requerimientos de construcción, reparación o remodelación.
- Otro grupo hace un listado de los utensilios de limpieza que se necesitan.
- Un tercer grupo piensa en útiles escolares que hacen falta.
- Otro grupo puede proponer mobiliario, como pupitres, pizarrones, escritorios.

Entre todos/as utilizan la tabla de escalas para sumar los diferentes requerimientos.

6. Preguntas de reflexión



En relación con los proyectos elaborados por cada grupo sobre las necesidades en el aula del ejercicio anterior, pida a sus alumnos que reflexionen sobre dichas necesidades.

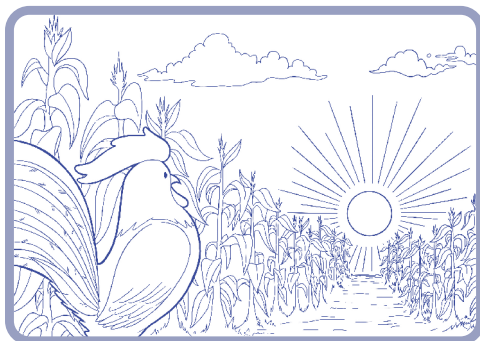
- ¿Cómo se puede lograr que estos proyectos se puedan ejecutar?
- ¿Cómo se debe colaborar para que los proyectos se hagan realidad?
- Realicen juntos la suma de lo que se necesita para ejecutar los diferentes proyectos.

Unidad IV

La sustracción en el sistema vigesimal



1. Actividades de motivación



En la unidad anterior se desarrollaron las habilidades en las operaciones de la adición, ahora corresponde estudiar las operaciones de la sustracción o resta.

Realice una actividad para agilizar la mente. Por ejemplo, plantea las siguientes preguntas:

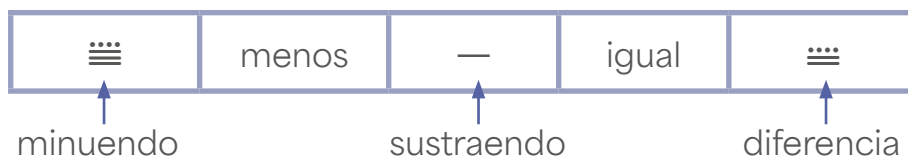
- ¿Cuántos días tiene la semana?
- ¿Qué día de la semana es hoy?
- Resten los días que ya pasaron de los días totales de la semana.
- ¿Cuántos meses tiene el año?
- ¿En qué mes estamos?
- Restar los meses que ya han pasado. ¿Cuántos meses quedan para concluir el año?

Busque más actividades similares para poner en práctica las operaciones de la sustracción.

2. Contenido



La sustracción es la inversa de la suma o adición, también se la conoce como resta o diferencia. Esta operación tiene tres partes:



La cantidad mayor se llama minuendo y la cantidad menor se llama sustraendo, el resultado de la operación se llama resta o diferencia.

El procedimiento consiste en restar o quitar una parte de lo que tenemos.

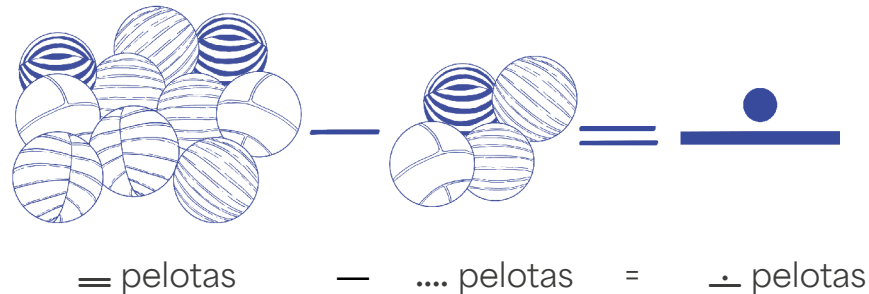
Para practicar la operación, motive a sus estudiantes a llevar a clase distintos objetos, por ejemplo:

- Frutas cultivadas en la comunidad
- Objetos o juguetes como pelotas
- Semillas como frijol, maíz y pepita
- Útiles escolares como lápices, crayones, cuadernos, sacapuntas y borradores

Instrucciones:

- Inicie reuniendo todo lo que los escolares llevaron a clase.
- Separen en conjuntos: grupos de semillas, de juguetes, de pelotas, de frutas, de útiles escolares.

Por ejemplo, ejercite la sustracción con el conjunto de pelotas.



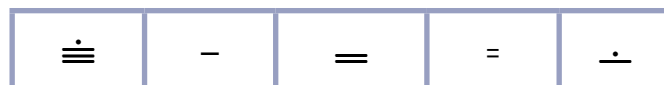
Si a un conjunto de diez pelotas le restamos cuatro, entonces nos quedan seis unidades.

Realizar la sustracción con números mayas

1. Sustracción simple: consiste en sustraer de una cantidad grande una cantidad igual o menor, sin transformar los signos, es decir, se extraen puntos de puntos, barras de barras. Ejemplo:



De ... unidades quitamos ... unidades, el resultado es una unidad.



De ... barras y una unidad quitamos .. barras, el resultado es una unidad y una barra. $\equiv - = = \div$.

Es importante insistir en que se sustraen puntos de puntos y barras de barras. Se debe recordar que 5 puntos se transforman en 1 barra y 4 barras se convierten en una unidad en la posición inmediata superior, y el cero en la misma posición donde se transforma la cantidad.

2. Sustracción en la que se transforman los signos para realizar la operación.

•	—	...	=	
---	---	-----	---	--

Esta operación tiene • unidad y • barra (•) como minuendo y ... unidades como sustraendo. De una unidad y una barra se deben sustraer ... unidades.

El procedimiento consiste en transformar el número • en puntos para restar ... puntos.

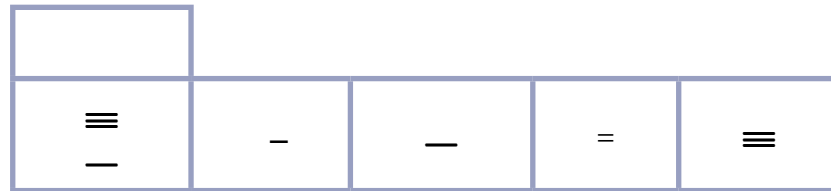
.....	—	...	=	..
-------	---	-----	---	----

La operación tiene como resultado .. unidades. Observe que se cumple con la regla de quitar puntos con puntos.

•				
•	—	—	=	≡

En la operación anterior, debemos restar — unidades (una barra) a • (un punto en la segunda posición y cero en la primera posición).

El procedimiento consiste transformar el punto de la segunda posición en barras en la primera posición para poder sustraer una barra (— unidades).



El resultado de la operación es ... barras. $\dot{\ominus}$ menos — es ≡.

Reúna las frutas que sus alumnos/as llevaron a clase.

Distribuya las frutas en conjuntos. Por ejemplo:

≡ bananos

$\dot{\ominus}$ naranjas

Al conjunto de ≡ bananos sustraiga — unidades, quedan = bananos.

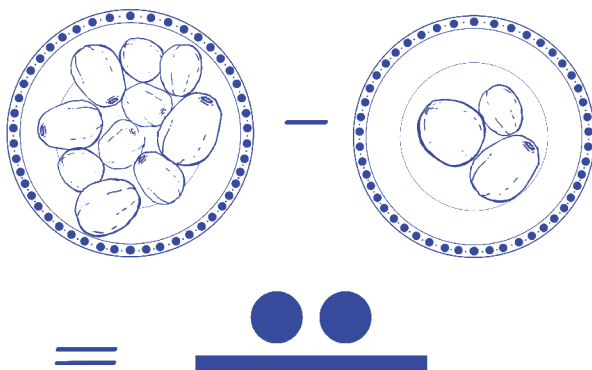
Del conjunto de $\dot{\ominus}$ naranjas reparta ≡ a los estudiantes, quedan = naranjas.

Continúe ejemplificando con los siguientes ejercicios. Explique paso a paso cómo llegar al resultado de estas operaciones:

A = jocotes le quitamos, ¿cuántos jocotes quedan?



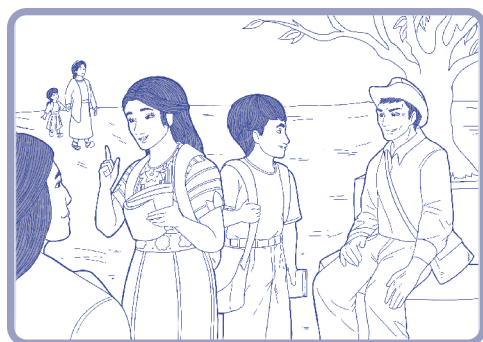
A un conjunto de diez jocotes quitamos tres, ¿cuántos jocotes quedan?



Tenemos 18 dulces en una canasta y vamos a repartir 18. ¿Cuántos quedan?



3. Relación con la vida cotidiana



Indique a sus estudiantes atender las siguientes preguntas utilizando las operaciones de sustracción.

- ¿Cuántas horas tiene el día?
- A esa cantidad de horas, restar las horas que sus estudiantes permanecen en la escuela.
- ¿Cuántas horas tiene la noche?
- A esa cantidad de horas, restar las horas que duermen.
- ¿Cuántas horas permanecen en la escuela?
- A esas horas restar el tiempo que utilizan para el recreo.

Así como los ejemplos anteriores, plantee a sus estudiantes otras actividades relacionadas con la vida diaria para aplicar las operaciones de la sustracción.

4. Aplicación del sistema vigesimal



Practique con sus estudiantes la sustracción, utilizando la tabla de escalas a partir de los siguientes problemas:

Ayudamos a don José a resolver sus problemas matemáticos.

Don José siembra maíz. El año pasado en una cuerda de terreno cosechó 25 costales de mazorcas. Este año únicamente obtuvo 18 costales.

Utilizando la tabla de escalas, ¿cuántos costales más de mazorcas cosechó el año pasado?

.				
—	—	≡	=	

Don José también cosecha frijol. Al mercado llevó medio quintal de frijol (50 libras). Vendió 44 libras.

¿Con cuántas libras de frijol regresó don José a casa sin vender?

..		..		
=	—		=	

En la escala de las veintenas se resta 2 menos 2, lo que da cero.

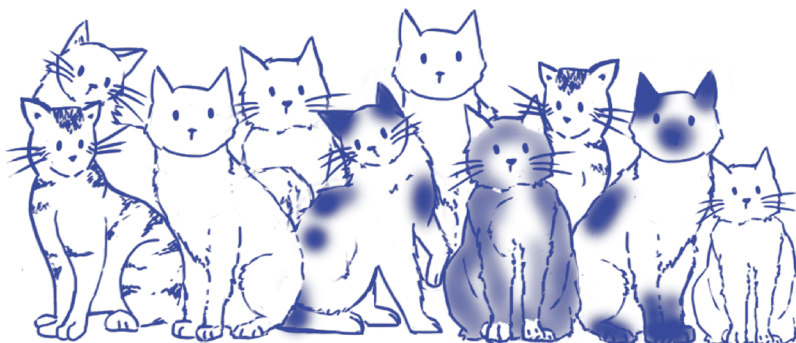
En la escala de las unidades se resta 10 menos 4. Se convierte una barra en 5 puntos para que se pueda quitar punto por punto. Quedan una barra y un punto. La respuesta es 6.

Otro procedimiento para las operaciones de la sustracción consiste en quitar en cada posición tantos elementos del minuendo como hay en el sustraendo. Por ejemplo, si en el sustraendo hay 2 puntos, elimine 2 del minuendo:

Dos menos 2 es igual a cero.

En la segunda posición hay 2 barras. A 2 barras se les sustraen 4 puntos, quedan 6, porque dos barras equivalen a 10 puntos.

Observamos una imagen de 10 gatitos y otra de 18 perritos.



¿Cuántos gatos faltan para completar la misma cantidad de perros?

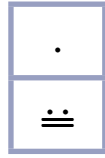
= gatos

≡ perros

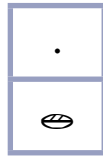
≡	-	=	=	≡
---	---	---	---	---

Faltan 8 gatos para tener igual cantidad de perros.

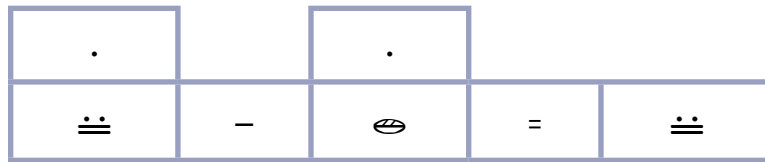
Aníbal tiene 32 mazorcas



Ángel tiene 20 mazorcas



¿Cuántas mazorcas le faltan a Ángel para tener la misma cantidad de mazorcas que tiene Aníbal?



Uno menos uno es igual a cero. Doce menos cero es igual a 12. A Ángel le falta 12 mazorcas para tener la misma cantidad que Aníbal.

Dinámica con globos:

Divida a sus estudiantes en grupos.

Cada estudiante debe elaborar una tabla de escalas en una hoja de papel.

Para esta dinámica se necesitan globos de diferentes colores y tamaños.

- Entregue a cada grupo una cantidad específica de globos.
- En grupo, los y las estudiantes cuentan el número de globos recibido y colocan el número en el lugar del minuendo.
- Cada integrante del grupo se dedica a inflar los globos de un color específico, los cuenta y coloca la cifra en el lugar del sustraendo.

- Por turnos, cada alumno/a sustrae del total de globos del grupo el número de globos del color que infló. Coloca en la tabla de escalas la cantidad total de globos que sustrajo del resto de los globos.

Con los globos grandes y pequeños realice la siguiente dinámica:

- Entregue a cada grupo un globo grande. El globo grande debe contener varios globos pequeños de colores en su interior.
- El grupo infla el globo grande.
- Una vez inflado, un/a integrante del grupo pincha el globo y entre todos/as recogen los pequeños.
- El grupo cuenta el total de globos. Cada estudiante sustrae la cantidad que recogió y lo representa en la tabla de escalas.

5. Ejercicios



Como en las unidades anteriores, aquí se tiene la oportunidad de aplicar los procesos de aprendizaje desde la pedagogía maya.

5.1. Reflexión en silencio

Invite a sus estudiantes a ponerse de pie y cerrar los ojos para realizar la siguiente dinámica.

- Estiren los brazos para arriba, imaginen llegar hasta el techo del aula.
- Estiren los brazos a los lados, imaginen dar un saludo a su compañero con un apretón de manos.
- Al frente, imaginen alcanzar a su profesor/a y darle un saludo.

- Para atrás, imaginen alcanzar la pared del aula, tocarla y sentir sus características.
- Imaginen las medidas de la pared, de la puerta y ventanas.
- Imaginen todas las operaciones que pueden realizar en el aula.

5.2. *Momento de la palabra*

- Los estudiantes expresan lo que imaginaron durante el momento de silencio.
- Explican qué medidas imaginaron y cómo las calcularon.

5.3. *Red de relaciones*

En grupo, los y las estudiantes proceden a medir las paredes, tomando en cuenta las puertas y ventanas. Posteriormente sustraen la medida de las puertas y ventanas y obtienen la diferencia.

5.4. *Procesos vivenciales*

Incentive a sus estudiantes a dramatizar una actividad de compra y venta.

- Cada uno/a de los/as escolares debe llevar algo para la actividad como dulces, frutas, galletas y otros objetos según sus posibilidades.
- Organizan los productos como en una tienda.
- Entre todos/as elaboran con papel los vales que servirán como moneda.
- Cada estudiante debe tener algo para vender y la oportunidad de realizar compras.
- Al finalizar cuentan cuánto vendieron, aplicando la adición, y cuánto les quedó, aplicando la sustracción.
- Cuentan cuánto compraron.
- Deben utilizar la numeración maya y la tabla de escalas para registrar los procedimientos matemáticos.

5.5. Acompañamiento

- Invite a una persona de la comunidad a la clase para que comparta su experiencia con los alumnos. Por ejemplo, una persona que se dedique al tejido, un comerciante o un agricultor.
- Motive a los estudiantes a hacer preguntas al invitado/a en relación con las matemáticas: ¿Cómo realiza sus cuentas? Así como a compartir con la persona lo que están aprendiendo en la clase utilizando la numeración maya.
- Posteriormente, las y los estudiantes deben realizar una comparación entre lo que están aprendiendo en la escuela y las formas en que las personas realizan sus propios procesos matemáticos en el desarrollo de sus actividades.

5.6. Búsqueda del bien común

Motive a los estudiantes a ayudar a alguien a realizar sus cuentas utilizando la tabla de escalas y a relatarlo después en clase. Por ejemplo:

Jacinta y una de sus compañeras realizaron las operaciones de la sustracción en la compra de la ropa para sus quince años. Jacinta es consciente de la importancia del ahorro para reunir el dinero que necesita en la celebración. Ella ahorró durante varios meses.



Jacinta ha ahorrado 500 quetzales.

.	400 x 1	400	
—	20 x 5	100	500
☉	1 x 0	0	

Sus zapatos le costaron 100 quetzales.

—	20 x 5	100
☉	1	0

¿Cuánto dinero le queda después de comprar los zapatos?

.			.
—		—	☉
☉	—	☉	=

A Jacinta le quedaron 400 quetzales.

Para su huipil debió emplear 150 quetzales. Entonces se debe sustraer $400 - 150$.

.			.
☉		☉	☉
☉	—	☉	=

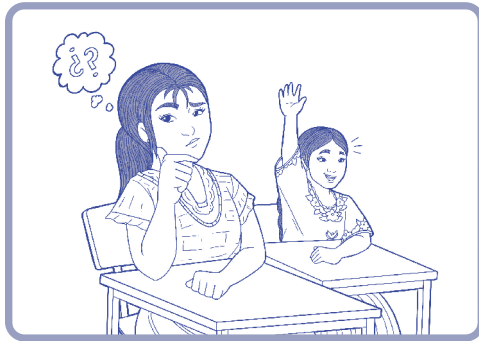
Ahora le quedaron 250 quetzales.

Para su corte tuvo que invertir 200 quetzales más.

⋮		=		..
=	-	⊖	=	=

Después de realizar todas sus compras, a Jacinta le quedaron 50 quetzales.

6. Preguntas de reflexión



En este apartado, realice a sus estudiantes las siguientes preguntas de reflexión sobre el hábito del ahorro:

- ¿Por qué es necesario ahorrar?
- ¿Quiénes tienen el hábito del ahorro?
- Aproveche a realizar algunas operaciones a partir de las respuestas de los alumnos. Por ejemplo, si un estudiante recibe de sus papás 100 quetzales al mes y gasta 40 quetzales, ¿cuánto ahorró?

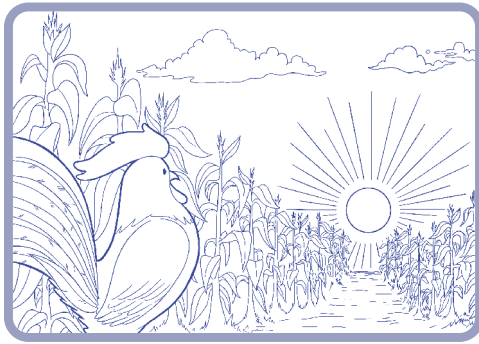
Practique varias operaciones según la realidad y el contexto de sus estudiantes.

Unidad V

Medidas y figuras geométricas en la cultura maya

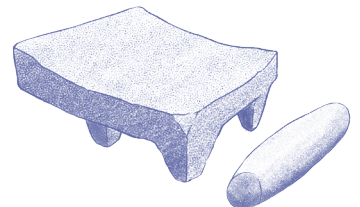
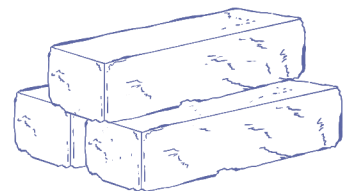
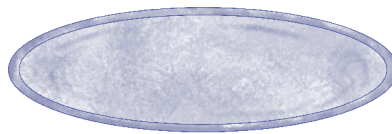
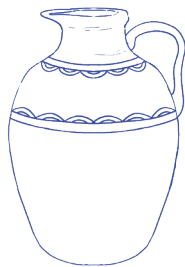
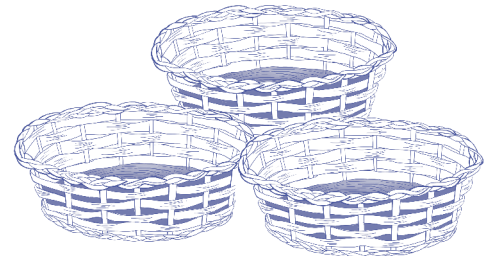
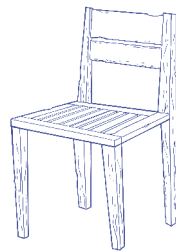


1. Actividades de motivación



Durante esta unidad, los y las estudiantes conocerán las medidas utilizadas en la cultura maya y dónde se pueden encontrar.

- Invite a los y las escolares a observar las siguientes ilustraciones:



- Propicie una conversación sobre las figuras geométricas y cuál es su uso en el contexto de la comunidad.

Comparta la siguiente información sobre medidas de longitud maya y converse con sus estudiantes sobre su importancia y su uso:

Medidas ancestrales mayas de longitud

La medida de longitud está basada en el movimiento del cuerpo, es decir las articulaciones del cuerpo, tanto mayor como menor. Entre ellas encontramos las medidas expresadas en idioma *kaqchikel*.

K'utu'

Es la medida del largo del dedo pulgar, es utilizado por tejedores, albañiles, carpinteros y otros.

Alk'utu'

Es la medida que se tiene entre la punta del dedo pulgar y la punta del dedo índice, está presente en el quehacer de los tejedores, albañiles, carpinteros y otros.

Q'ab'aj

Es la medida que se tiene entre la punta del dedo pulgar y la punta del dedo meñique, lo utilizan tejedores, albañiles, carpinteros y otros. Es la medida que comúnmente se utiliza como una cuarta.

Ruwi' q'ab'aj

Es la medida que tiene el ancho de un dedo, puede ser dos dedos, tres dedos o cuatro dedos, esta medida es utilizada principalmente en el tejido y carpintería.

Tz'ikaj

Es la medida que tiene el largo del brazo, utilizado por los agricultores, dependiendo del cultivo.

Jaj

Es la medida que tiene el largo de los dos brazos extendidos, es más utilizado por los agricultores y albañiles.

Nik'aj jaj

Es la medida del largo de un brazo extendido, desde la punta del dedo pulgar hasta el centro del pecho, es utilizado por los albañiles, agricultores y otros.

Aqanaj

Es la medida que tiene a lo largo de la planta del pie, es utilizado por agricultores por cuestiones de medida del terreno.

Ruwäch ch'ekaj

Es la medida que tiene el pie hasta la rodilla, es decir iniciando del pie hasta la rodilla, su uso ya no es frecuente o muy conocido. Sin embargo, las abuelas y abuelos lo utilizaron para cualquier medida en el diario vivir, tales como herramientas, utensilios y otros.

Uche'l ch'ekaj

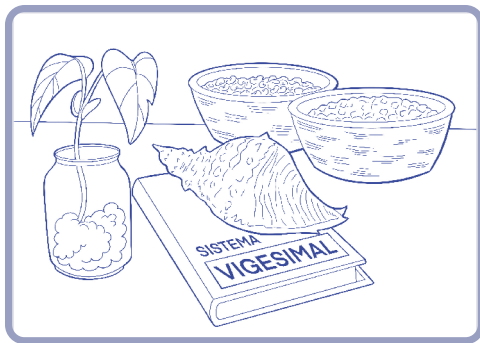
Es otro nombre que recibe la medida anterior, fue utilizada en las medidas de las piedras de moler, utensilios, herramientas y otros (Colegio Mixto Bilingüe Intercultural Hermano Oscar Azmitia, s. f., p. 9).

Otras medidas cotidianas entre las comunidades mayas son:

- El *k'an* es la medida de una cuerda, utilizada para medir los terrenos.
- La brazada es la medida de la distancia promedio entre la punta de los dedos de una mano y la punta de los dedos de la otra mano, con los brazos extendidos. Equivale aproximadamente a dos varas. Esta medida es utilizada para medir la leña. «Una brazada de leña» suelen decir las personas.
- La vara es utilizada para la medición de los cortes de las mujeres. Esta medida es utilizada cuando realizan las ventas en el mercado.

- La cuarta es la forma en que se procede a medir tejidos como las servilletas, las fajas, los perrajes o rebosos. Para hacer la medición, las personas proceden con la mano, estirando el dedo pulgar y el meñique. La distancia entre la punta de los dos dedos es una cuarta.
- El manojo es una medida que se aplica al vender y comprar hierbas, cebollas y otras hortalizas. La mano se aplica a 5 unidades, por ejemplo, una mano de limones.

2. Contenido



2.1. *Importancia de las medidas y Figuras geométricas en la cultura maya*

Una figura geométrica es todo espacio encerrado entre líneas. Por ejemplo, en la naturaleza se puede observar muchas figuras geométricas como círculos, cuadrados y triángulos. En toda construcción hecha por los seres humanos también hay figuras geométricas, calculadas a partir de operaciones elementales.

Las medidas y figuras geométricas calculadas por los mayas tienen relación con su cosmovisión y las observaciones en la naturaleza.

Las formas geométricas y las figuras plasmadas en los tejidos son muestra de ello. Se pueden observar en las formas y los diseños de los cuellos de las vestimentas. Se caracterizan por ser redondos, en estilo «v», con forma de volcanes como en las orillas del cuello de un huipil y en las figuras del adorno.

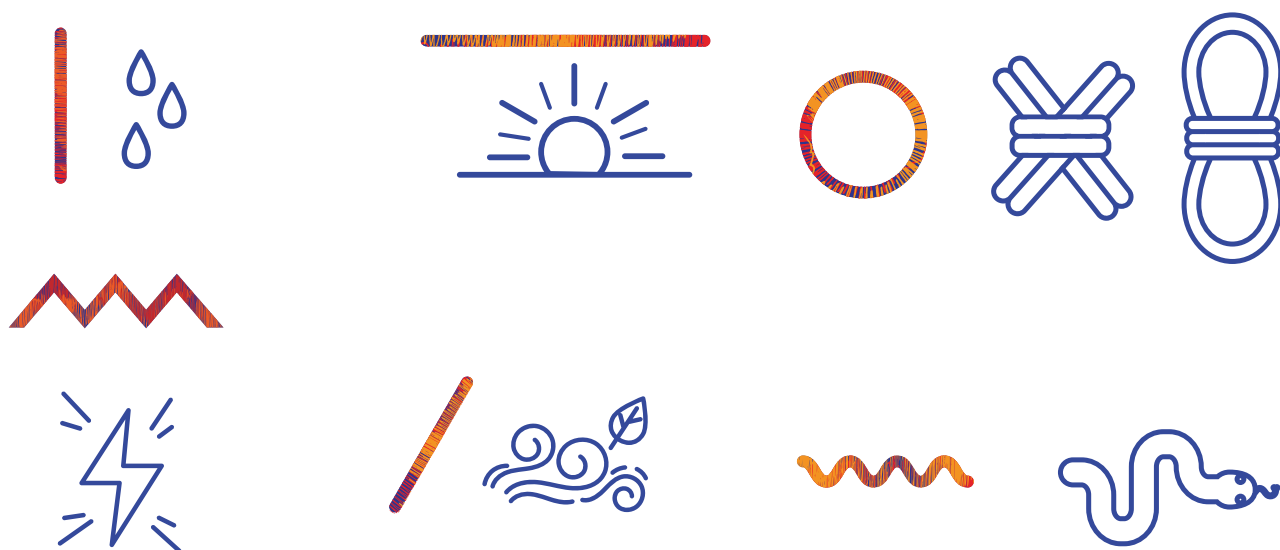
Pida a los/as escolares llevar una fotografía o ilustración de una mujer tejedora. También pueden llevar un tejido, por ejemplo, un huipil.

Invite a sus estudiantes a reflexionar sobre las figuras que las personas tejedoras plasman en la elaboración de los tejidos. Cuenten cuántas figuras y adornos observan. Piensen en los posibles significados de los símbolos.

En su cuaderno, las y los estudiantes elaboran las figuras observadas, cuentan cuántas figuras y adornos identifican y presentan el significado de algunos símbolos.

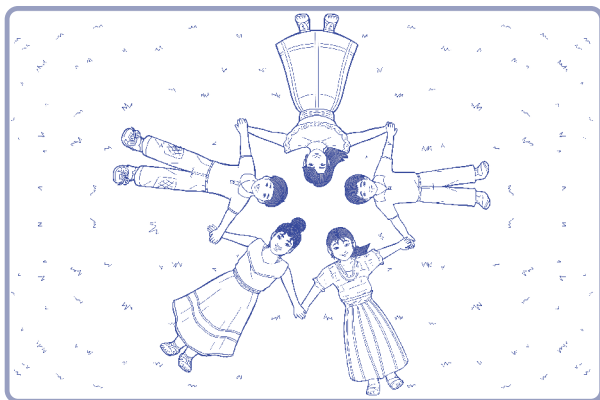
Explique el significado de algunas figuras representadas en los tejidos:

- El círculo es un símbolo de la fuerza, tiene relación con el atado del manojó. Un manojó de hierbas se ata bien, con fuerza, para que se sostenga.
- La línea ondulada se inspira en la forma de la culebra.
- La línea vertical representa la lluvia al caer del cielo.
- La línea horizontal representa la superficie de la tierra.
- Las líneas cruzadas son como el viento cuando pasa al salir de las cuatro esquinas con que los mayas midieron el cielo y la tierra.
- Las líneas zigzagueantes son una interpretación de los relámpagos.



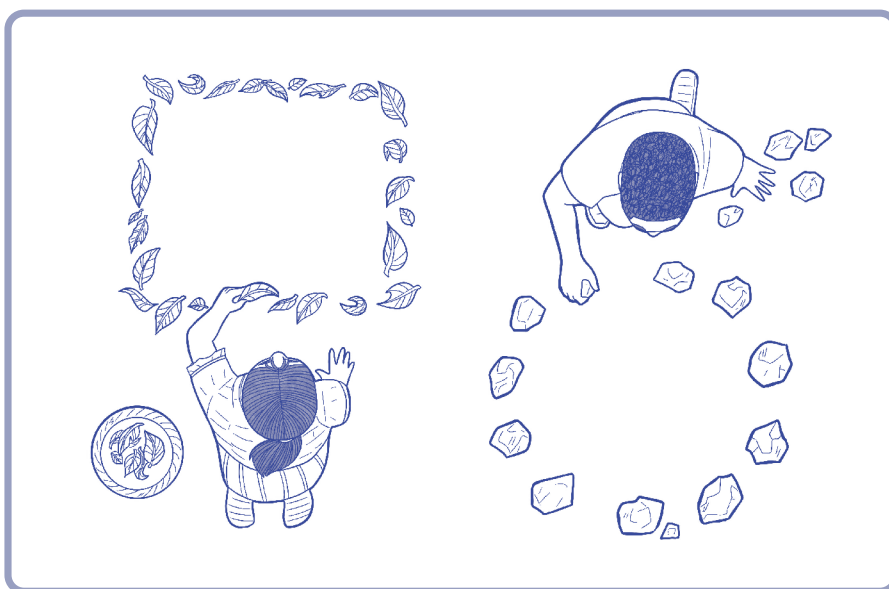
2.2. Reconocer las Figuras geométricas en la práctica

Es momento de ejemplificar las figuras geométricas utilizando el propio cuerpo.



Lleve a sus estudiantes al exterior:

- Los y las estudiantes forman cinco grupos. Cada grupo forma una figura geométrica: una estrella, un cuadrado, un círculo, un triángulo y un rectángulo.
- En el suelo, cada alumno/a forma figuras geométricas con elementos de su alrededor: flores, hojas, palos, piedras, arena, tierra. Luego realizan con sus manos una medición de cada figura.



- Al finalizar, formando un círculo los y las estudiantes expresan las experiencias obtenidas durante esta actividad.

¿Qué figuras hay en mi casa?

- En casa, cada estudiante identifica figuras geométricas. Observa las paredes, las puertas, las ventanas, el suelo, los techos, los objetos, etcétera.
- Dibuja en su cuaderno lo observado.
- Utiliza la numeración maya para la anotar la medición.
- En clase, el/la estudiante elabora de forma creativa una de las figuras identificadas en su casa con materiales de la naturaleza o reciclados.
- Todos/as los y las estudiantes exponen su trabajo en un lugar visible del aula y comparten su experiencia.

3. Relación con la vida cotidiana



Proceda con las y los alumnos a observar figuras geométricas presentes en su contexto inmediato y aplicar las formas de medición cotidianas.

- Fuera del aula, los y las estudiantes identifican en la naturaleza alguna figura geométrica relacionada con los diseños de los tejidos.
- Reflexionan sobre las diferencias y similitudes que hay entre lo que las personas tejedoras plasman en el tejido y lo que se observa en el medio.

- Proceden a juntar y contar las figuras parecidas y las que son diferentes.
- Invite a cada estudiante a dibujar y colorear en el cuaderno las figuras observadas.

Oriente a las y los escolares a buscar más información fuera del aula sobre las medidas utilizadas en el diario vivir. Por ejemplo, motíveles a acudir a un adulto para obtener información y tomar nota de los siguientes temas:

¿Qué forma de medición utilizan para medir...?

Un terreno

Un corte

Un huipil

La construcción de una casa

La leña

¿Qué herramientas utilizan?

Una cinta métrica

Una regla

Una pita

Un lazo

Sus brazos y manos

En clase, todos/as exponen sus hallazgos. Permita que cada alumno/a presente el producto de su trabajo, explique qué figura elaboró y los procedimientos de la medición, tratando de emplear la numeración maya.

El objetivo es poner en práctica las figuras y formas de medición que conocieron durante su investigación en la comunidad.

4. Aplicación del sistema vigesimal



Comparta y reflexione con sus estudiantes la siguiente información:

El ser humano, desde tiempos inmemoriales, ha necesitado medir. Para ello tuvo que utilizar (como unidad de referencia) lo que tenía más cercano a él: su propio cuerpo. La anchura de sus dedos, el largo de su brazo, el tamaño de su pie, lo que era capaz de andar, lo que trabajaba en un día, lo que era capaz de abarcar con sus brazos, la capacidad al hacer un cuenco con sus manos, se convirtieron en patrones de medida. (Colegio Mixto Bilingüe Intercultural Hermano Oscar Azmitia, s. f., p. 5)

A continuación, es momento de aplicar las medidas utilizando el cuadro de escalas.

Los mayas utilizan para medir la longitud de los objetos, partes del cuerpo que ayudan a calcular la distancia entre un punto y otro. Por ejemplo, el ancho de un dedo índice.

Con sus dedos índices, los estudiantes miden algún objeto que tengan en clase. Utilizar el ancho del dedo para medir cosas pequeñas, como el ancho de una faja, el ruedo de un pantalón, un trozo de papel.

Otras medidas semejantes son:

La cuarta: para hacer la medición las personas proceden con la mano, estirando el dedo pulgar y el meñique. Equivale aproximadamente a 21 centímetros.

La pulgada: equivale a la sexta parte de una cuarta.

La vara: equivale a 84 centímetros.

La brazada: equivale a la medida que puede abarcar una persona entre los dos brazos. La leña es uno de los objetos que se calculan con esta medida.

5. Ejercicios



Por medio del proceso de la pedagogía maya, ponga en práctica lo aprendido a través de los siguientes ejercicios.

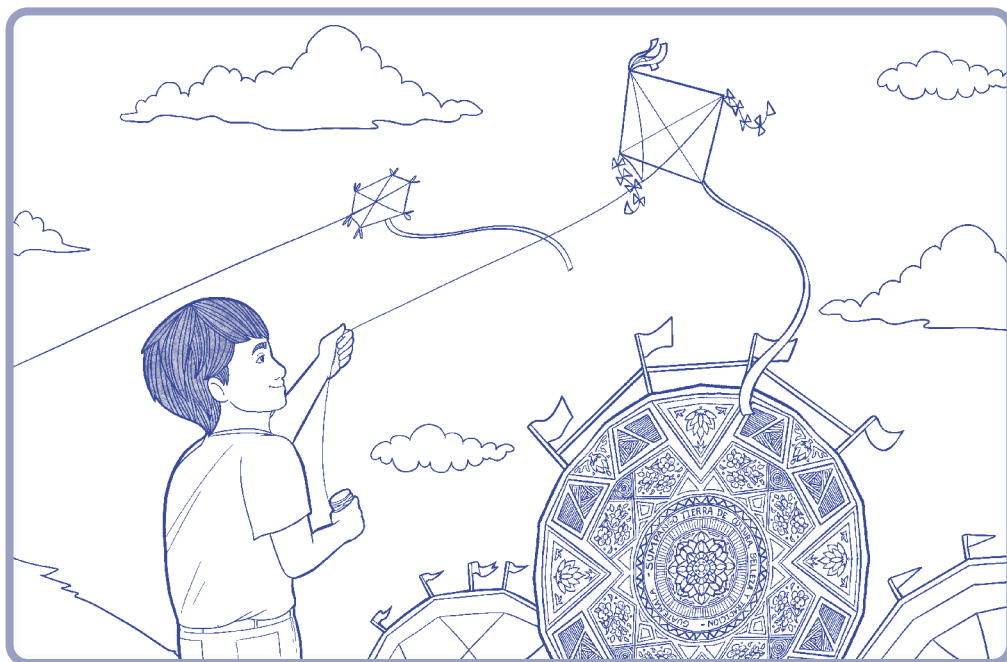
5.1. Reflexión en silencio

Comparta y reflexione con sus estudiantes la siguiente información.

En Guatemala, el 1 de noviembre, Día de los Santos, hay dos municipios muy visitados por los turistas. Estos lugares son Sumpango y Santiago Sacatepéquez.

En estos municipios hay muchas personas que se dedican a elaborar barriletes gigantes donde muestran su arte y su cosmovisión.

La creatividad se manifiesta en cada uno de los barriletes. Los barriletes son de diferentes tamaños. Son diseñados de manera multicolor, llevan diferentes diseños, figuras, imágenes que reflejan la vida, la historia y la cultura de los pueblos.



- En silencio y con los ojos cerrados, las y los estudiantes imaginan el proceso de trabajo de la elaboración de barriletes.
- Motive a sus estudiantes a reflexionar sobre cómo los artesanos emplean la creatividad, el arte, el conocimiento de las figuras geométricas y las medidas para elaborar los barriletes.

5.2. *Momento de la palabra*

- Es el momento de que los y las estudiantes comenten y den opiniones sobre lo que reflexionaron en relación con la elaboración de barriletes.
- Pregunte si conocen el trabajo de los barriletes. ¿Qué saben sobre ello? ¿Han hecho un barrilete con sus propias manos? ¿Qué figuras han incluido?

5.3. Red de relaciones

- Invite a una persona que sepa elaborar barriletes para orientar a los y las estudiantes a elaborar un barrilete. Previamente, prepare los materiales necesarios.
- El objetivo es elaborar entre todos un barrilete gigante o bien, un barrilete pequeño de forma individual.
- Al finalizar, cada estudiante comparte sus impresiones y aprendizajes, además analiza qué medidas y figuras geométricas utilizó.
- Procure emplear la numeración maya en todo el proceso de medición.
- Es importante que cada alumno/a anote en su cuaderno las medidas utilizadas.

5.4. Procesos vivenciales

- Si hay oportunidad, espacio y es la época en que sopla el viento, intente con los estudiantes elevar los barriletes elaborados y midan la distancia aproximada de la elevación.
- Si no es posible realizar esta actividad, abra un diálogo sobre la actividad de volar barriletes. ¿Qué creencias hay alrededor de volar los barriletes?
- En algunas comunidades, las personas creen que volar barriletes es un acto de comunicación con quienes han fallecido.

5.5. Acompañamiento

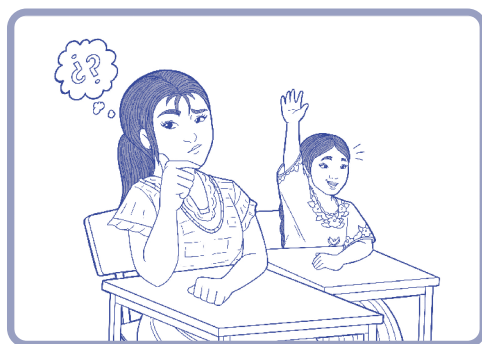
- Anime a sus estudiantes a entrevistar a una persona que les permita complementar el conocimiento sobre las formas de medición que se utilizan en la comunidad. Por ejemplo: una tejedora, un agricultor, un albañil o alguna persona que use medidas en su profesión. Luego, las y los alumnos comparten sus hallazgos en clase.

5.6. Búsqueda del bien común

A partir de las actividades realizadas, cada alumno/a realiza un trabajo de recopilación de las figuras geométricas y las medidas de longitud propias de la cultura maya. Grafica en su cuaderno las figuras geométricas, sus medidas y al finalizar expone su trabajo en la clase.

Es importante generar una reflexión sobre la importancia de rescatar estos conocimientos de la comunidad.

6. Preguntas de reflexión



En esta sección, plantee a sus estudiantes las siguientes preguntas de reflexión y abra el diálogo. Los y las estudiantes, dependiendo de su nivel, pueden elaborar un escrito:

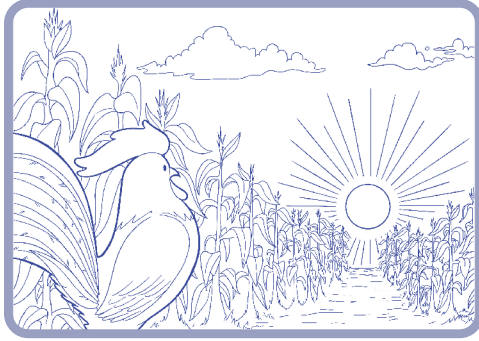
- ¿Qué importancia tiene el uso de las medidas propias de la cultura maya en las prácticas de los trabajos?
- ¿En qué objetos, cosas o lugares hemos encontrado figuras geométricas?

Unidad VI

Los conjuntos y sus elementos

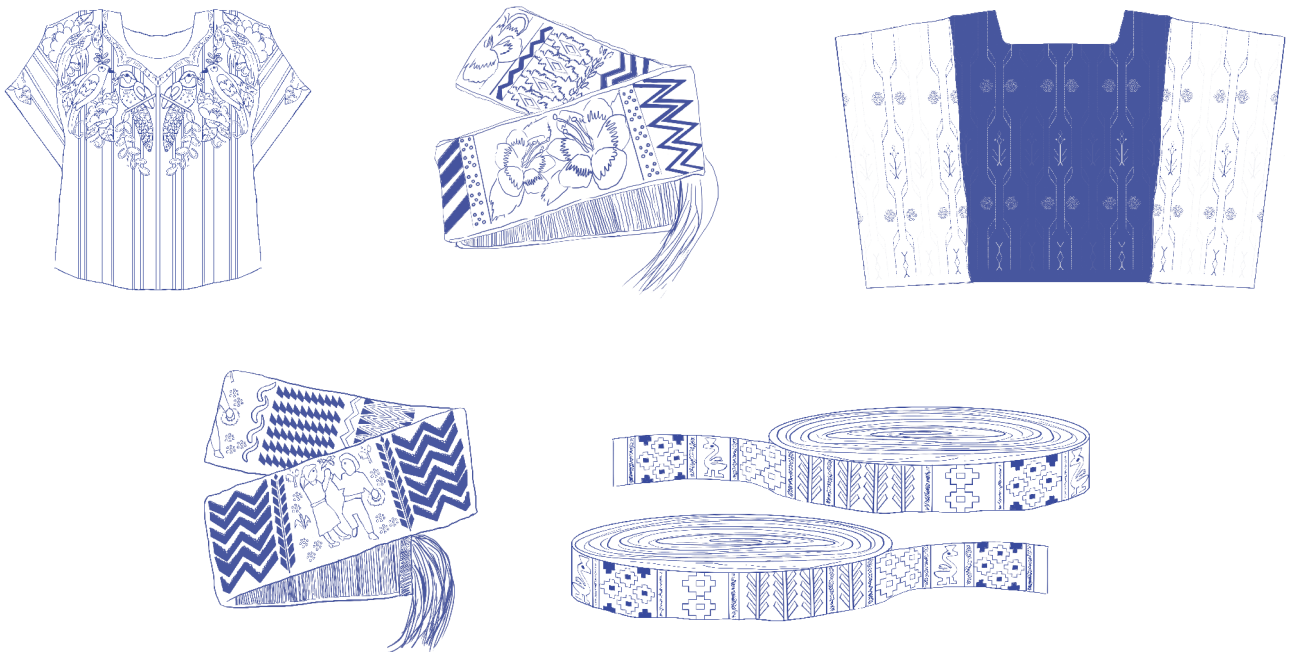


1. Actividades de motivación



En esta unidad, las y los estudiantes aplicarán el conteo en numeración maya por medio de los conjuntos.

Un conjunto es la agrupación de personas, prendas de vestir, objetos, animales, plantas, alimentos y mucho más.

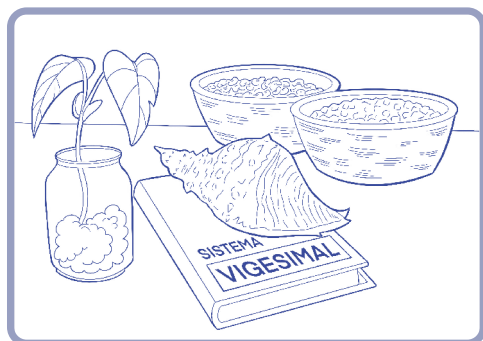


La vestimenta conforma un conjunto. Cada prenda es un elemento del conjunto denominado «vestimenta maya».

Las niñas y los niños del aula conforman un conjunto. Cada niña y niño es un elemento del conjunto «estudiantes».

Muestre otros ejemplos de conjuntos que se encuentran en el aula: conjunto de pupitres, conjunto de útiles escolares, etcétera.

2. Contenido



2.1. Representación de los conjuntos

Los conjuntos se representan con una letra mayúscula.

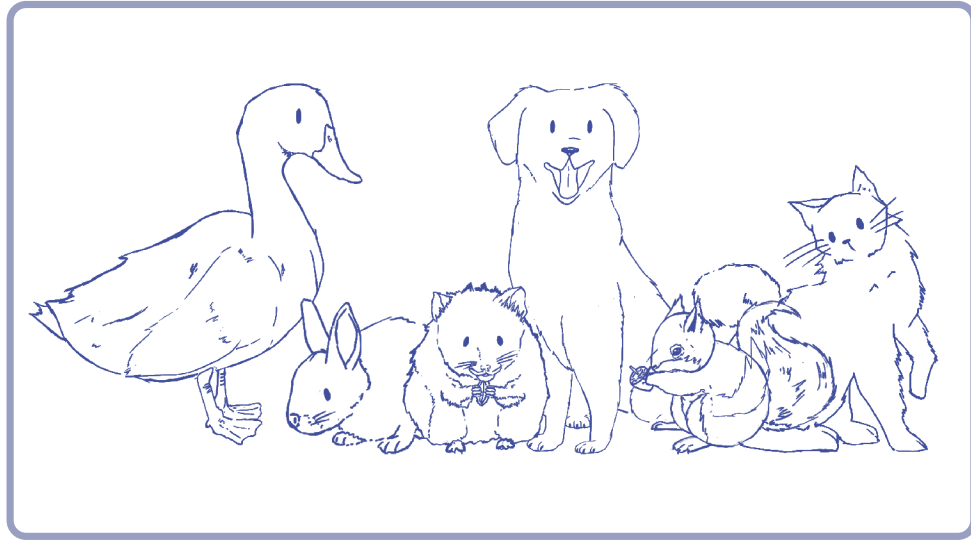
Se encierran por medio de una figura geométrica como el círculo, el triángulo o el cuadrado.

En los conjuntos se utilizan los siguientes signos:

=	igual
≠	no igual
U	unión
∅	vacío

Los objetos, personas o partes que se agrupan en un conjunto se denominan «elementos». En esta guía se cuentan los elementos utilizando la numeración maya.

2.2. Formación de conjuntos con elementos del contexto



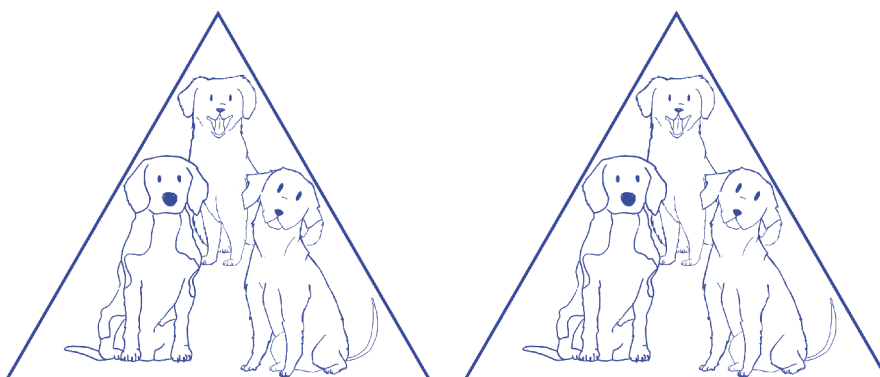
Organice a sus estudiantes en grupos:

- Cada grupo escoge los conjuntos que va a trabajar: conjunto de ropa, de útiles, de juguetes, de frutas que se dan en la localidad, de animales, de plantas, de alimentos...
- Dibujan los conjuntos en su cuaderno.
- Cada conjunto debe ser identificado con una letra mayúscula: conjunto A, B, C, D...
- Para identificar el número de elementos de los conjuntos deben utilizar la numeración maya.

2.3. Tipos de conjuntos

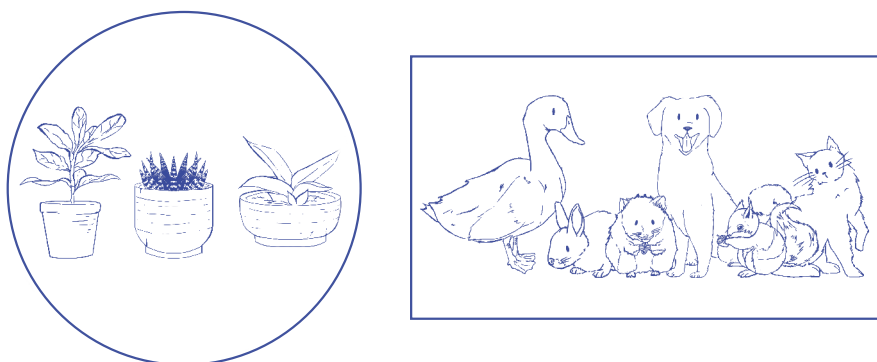
Existen conjuntos iguales, no iguales, vacíos y unitarios. Asimismo, dos o más conjuntos pueden unirse.

Conjuntos iguales. Estos conjuntos *encerrados* en triángulos tienen los mismos elementos y se identifican como el conjunto A y el conjunto B.



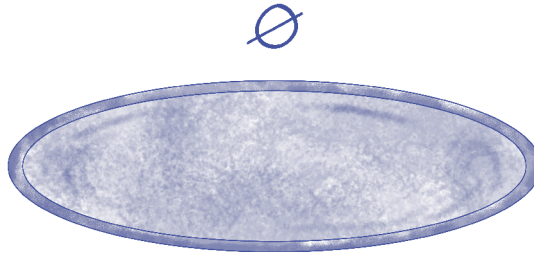
Estos conjuntos son iguales (=). Están compuesto por los mismos elementos.

Conjuntos no iguales. Observamos las ilustraciones:



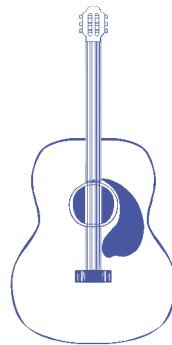
Estos conjuntos no son iguales ($\neq$). Están compuestos por elementos diferentes.

Conjunto vacío. Este comal sin tortillas es un conjunto vacío ($\emptyset$). No tiene elementos.

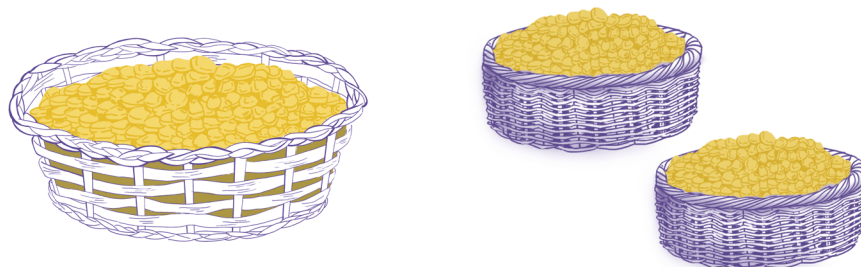


Conjunto unitario. Se llaman así porque solo poseen un elemento:

La guitarra es un ejemplo de un conjunto unitario.



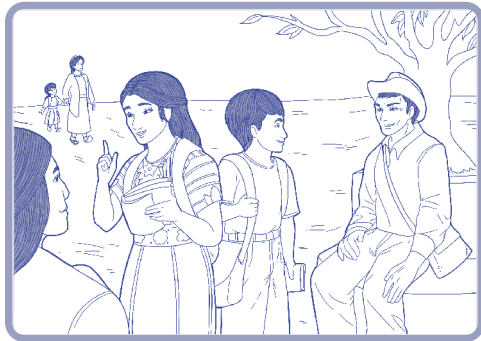
Conjuntos y subconjuntos. La canasta grande representa el conjunto A y las pequeñas representan los subconjuntos del conjunto A.



Para estudiar los conjuntos y subconjuntos, solicite a sus alumnos/as llevar semillas y tres recipientes, uno grande y dos pequeños. Pueden ser canastas. Ejemplifique con la ilustración anterior:

- Colocar todas las semillas en la canasta grande.
- Contar todos/as juntos/as los elementos utilizando el sistema vigesimal.
- Colocar en las canastas pequeñas algunas de las semillas.
- El conjunto A es la canasta grande con semillas.
- Los subconjuntos del conjunto A son las canastas pequeñas.

3. Relación con la vida cotidiana



Oriente a los y las estudiantes a buscar información sobre cómo las personas organizan y agrupan objetos en la vida diaria.

Para realizar el trabajo, organice a sus alumnos/as en grupos.

- Asigne a cada grupo un nombre según la cantidad de sus integrantes. Por ejemplo, en *kaqchikel* el nombre del grupo de cinco es *wo'o'*; el de tres, *oxi'*; el de cuatro *kaji'*...
- El objetivo de cada grupo es buscar información sobre cómo las personas de la comunidad suelen organizar o agrupar los objetos, los animales, los alimentos, las plantas...

- Cada grupo forma conjuntos con sus hallazgos y enumera los elementos utilizando la numeración maya.
- Un/a representante de cada grupo da a conocer el trabajo.

Hay muchas formas de ordenar los conjuntos. Cada comunidad tiene formas propias de organizar la vida.

Conjuntos por su extensión:

Para ejemplificar los conjuntos por su extensión pida a 5 niñas y 5 niños que se formen en una línea y digan sus nombres.

Escriba los nombres en el pizarrón, por ejemplo:

Lucrecia, Angélica, José, Lucas, Marta, Mercedes, Luis, Ángel, Julio, y Gabriela.

Pregunte a sus alumnos: ¿Qué conjunto forman los 10 alumnos/as?

Conjunto A

Los conjuntos se pueden encerrar entre llaves, separando sus elementos con el signo de la coma.

$A = \{\text{Lucrecia, Angélica, José, Lucas, Marta, Mercedes, Luis, Ángel, Julio, Gabriela}\}$

Continúe con sus estudiantes analizando y formando conjuntos. Enumeren el contenido de los elementos con la numeración maya.

Siga incentivando a observar en el entorno y formar conjuntos, por ejemplo: los colores que ven en la naturaleza, los días de la semana, los nombres de flores y plantas que hay alrededor de la escuela...

A= { }

B= { }

C= { }

4. Ejercicios



Como en las unidades anteriores, la oportunidad de aplicar la pedagogía maya busca poner en práctica los nuevos aprendizajes.

4.1. Reflexión en silencio

Con los ojos cerrados se anima a los alumnos a imaginar un paisaje donde observen conjuntos animales, personas, niñas y niños, árboles y muchos seres más.

4.2. Momento de la palabra

Anime a los y las estudiantes a expresar con sus propias palabras la escena que imaginaron. ¿Qué conjuntos y subconjuntos se pueden formar? Por ejemplo: un huerto y las diferentes siembras. El huerto es un conjunto, cada grupo de hortalizas conforma un subconjunto: zanahorias, lechugas, cebollas, rábano y otros.

Practique la numeración maya en los conteos, por ejemplo, cuántas semillas se utilizan para sembrar cada cultivo, cuántos días se espera para cosechar, cuántos procesos de trabajo lleva cada cultivo...

4.3. Red de relaciones

Divida a sus estudiantes en grupos. Cada grupo elabora conjuntos relacionados con la alimentación saludable.

- Para estar sanos se debe ingerir alimentos que contengan hidratos de carbono, proteínas, grasas, vitaminas, minerales, fibra y agua. Oriente a sus estudiantes a buscar más información en libros y folletos.
- Con la información obtenida, los grupos de estudiantes elaboran conjuntos de los alimentos que contienen proteínas, hidratos de carbono, grasas, vitaminas, minerales y fibra.
- Programe un día para que los grupos presenten su trabajo en clase.

4.4. Procesos vivenciales

- Realice con la clase un recorrido por la comunidad.
- Por medio de la observación, los y las estudiantes toman nota para elaborar conjuntos de cosas, animales y personas.
- Narran sus hallazgos en clase utilizando la numeración maya.

Por ejemplo, la experiencia de Ángel:

Salimos a las ocho (☰) de la mañana junto con mis — compañeras y ... compañeros.

Muy contentos, nos recordamos de las indicaciones de nuestro maestro, debíamos observar lo que hay en el camino y escribir todo. Enumeramos lo que vemos con los números mayas.

Vimos a $\cdot$ abuelo con $\cdots$ perros, iba en camino a su campo cargando sus herramientas de trabajo. En una casa vimos $\cdot\cdot$ gallinas, $\cdots$ patos, $\cdot$ chompipes y $\cdot$ perros. Algunos andaban sueltos, otros en corrales.

A los alrededores había muchos árboles, alcancé a contar $\equiv$. También muchas plantas, algunas con flores de diferentes colores y formas.

En el camino vimos varios terrenos sembrados de maíz. Algunos animales como caballos, perros, chivos y vacas. A lo lejos se observaba unas montañas, bosques y volcanes.

El cielo estaba muy hermoso, de diferentes tonalidades de azul y las nubes blancas. Pensé: voy a agrupar todo lo que observo y formar conjuntos con ellos, como lo indicó nuestro maestro. Voy a formar varios conjuntos y subconjuntos.

4.5. Acompañamiento

Invite a clase a una persona que conozca sobre las semillas del maíz nativo para hablar sobre los colores del maíz y sus características. Anime a los y las estudiantes a hacer preguntas:

- ¿Cuál es la diferencia entre la semilla de maíz nativo y la transgénica, la que siembran en la costa y la que se siembra en tierra fría?
- Previamente organicen la búsqueda de las semillas de maíz de diferentes colores.
- Realicen conteos utilizando la numeración maya.
- Comenten y analicen en clase la información que recibieron de la persona invitada.

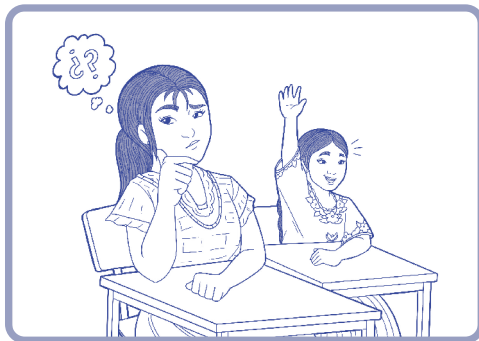
4.6. Búsqueda del bien común

Es importante seguir relacionando el tema de los conjuntos y la semilla de maíz nativo.

Las nuevas generaciones deben saber identificar la semilla del maíz nativo ya que tiene mejor calidad, es más resistente a los fenómenos naturales y tiene cientos de años alimentando al pueblo maya. Por eso todos deben cuidarlo para que permanezca.

- Oriente a la clase a buscar un pequeño lugar para sembrar semillas de maíz criollo.
- Los y las estudiantes deben organizarse en grupos formando los conjuntos A, B, C y D.
- El conjunto A siembra maíz blanco. El conjunto B siembra maíz amarillo. El conjunto C siembra maíz negro. El conjunto D siembra maíz rojo.
- Cada grupo trabaja y cuida su siembra.

5. Preguntas de reflexión

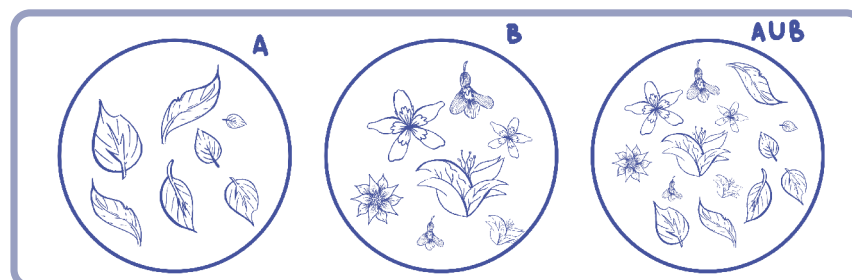


Realice las siguientes preguntas para reflexionar sobre los conjuntos:

¿Han escuchado sobre la unión de conjuntos?

¿Qué es una unión de conjuntos?

¿Cómo procedemos a representar la unión de conjuntos?



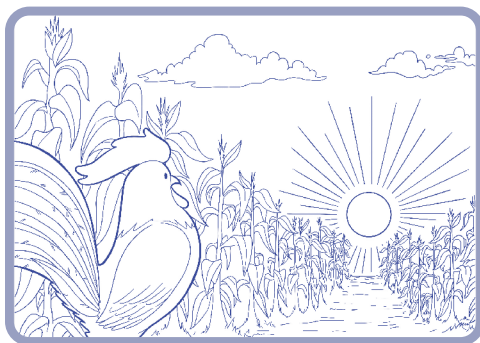
- Indique a los y las escolares que investiguen para responder a las preguntas. Oriénteles a buscar información en libros, con otros docentes, en la biblioteca de la escuela o en alguna biblioteca cercana.
- Programe el día para la presentación de los hallazgos.
- Al finalizar la presentación, anime a sus estudiantes a expresar sus experiencias y reflexiones sobre la investigación realizada.

Unidad VII

La multiplicación en el sistema vigesimal



1. Actividades de motivación



La siguiente actividad tiene el objetivo de agilizar la mente y despertar el interés de las y los estudiantes para abordar las operaciones de la multiplicación desde la numeración maya.

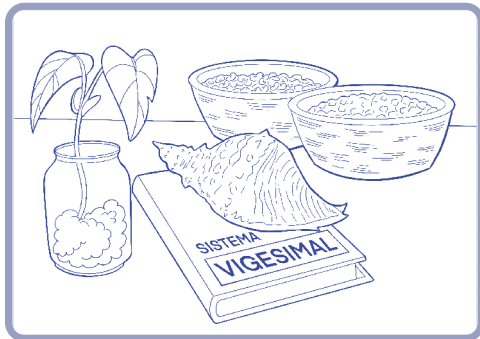
Dinámica «El hombre de palo»

Esta es una actividad para agilizar la memoria, la creatividad y el análisis. Primero hay que memorizar las frases. Posteriormente cada estudiante pasa a contar la historia, dibujando lo narrado en el pizarrón o en pliegos de papel:

- *Esta es la casa del hombre de palo (dibujar la casa).*
- *Esta es la puerta de la casa del hombre de palo (dibujar la puerta de la casa).*
- *Esta es la chapa de la puerta de la casa del hombre de palo (dibujar la chapa).*
- *Esta es la llave de la chapa de la puerta de la casa del hombre de palo (dibujar la llave).*
- *Esta es la pita que sostiene la llave de la chapa de la puerta de la casa del hombre de palo.*
- *Este es el clavo donde se cuelga la pita que sostiene la llave de la chapa de la puerta de la casa del hombre de palo.*

Al finalizar, el estudiante debe contar rápidamente en idioma maya cuántas gráficas realizó. Se recomienda realizar esta actividad de forma rápida para agilizar el razonamiento.

2. Contenido



La multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar varias veces el mismo número. Por ejemplo, multiplicar 5 por 4 equivale a sumar 4 veces 5 ($5 + 5 + 5 + 5$).

El signo de la multiplicación es «x» (por) y significa que un número debe ser multiplicado tantas veces como sea indicado.

Partes de la multiplicación:

- Multiplicando: es el número que va a ser multiplicado.
- Multiplicador: es el número de veces en que se multiplica.
- Producto: es el resultado de la multiplicación.

Observe la tabla de escalas para ubicar las partes de la multiplicación: a la izquierda, el multiplicador; el segundo cuadro, el multiplicando; y el tercer cuadro, el producto.

÷	x	..	≡
---	---	----	---

Multiplicar 6×2 equivale a sumar 2 veces 6: $\div + \div = \equiv$

.	x	.	=	.
---	---	---	---	---

Se recomienda utilizar semillas para representar las operaciones. En este ejemplo, el producto de 1×1 es 1.

Incremente el número de semillas para completar la tabla de multiplicar del 1:

.	x	..	=	..
---	---	----	---	----

.	x	...	=	...
---	---	-----	---	-----

.	x		=	
---	---	------	---	------

Se debe recordar que en la numeración maya no se usa más de 4 veces el punto y en su lugar, para expresar el valor 5, se utiliza la barra. Cambie las semillas por un palito:

.	x		=		=	—
---	---	--------	---	--------	---	---

...	x	—	=	≡
-----	---	---	---	---

Esta multiplicación equivale a sumar $\text{—} + \text{—} + \text{—}$. El producto es $\equiv$: 3 barras y sobre ellas 3 puntos, igual a 18.

...	x	—	=	≡
-----	---	---	---	---

$3 \times 5 = 15$. Tres veces una barra equivale a 3 barras, una sobre otra: $\text{—} + \text{—} + \text{—}$ es igual a $\equiv$.

Observe la misma operación cambiando el orden de los factores:

—	x	...	=	
---	---	-----	---	--

Esto es lo mismo que 5 veces 3:

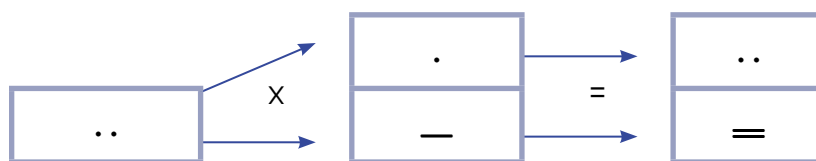
... + ... + ... + ... + ... = 15 puntos, los cuales se transforman en 3 barras.

Utilizando la tabla de escalas ponga en práctica las siguientes operaciones:

$$2 \times 25$$

Paso 1.

Colocar los valores en los cuadros.



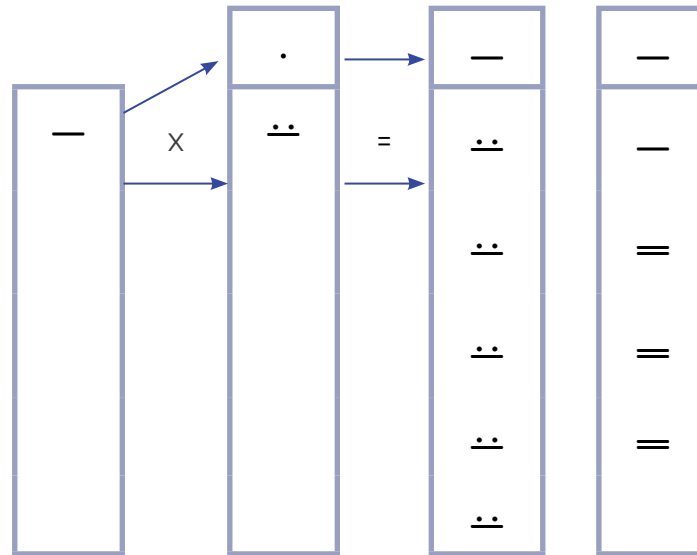
Paso 2.

Proceda a multiplicar por 2 cada uno de los valores de la segunda columna.

Se repite 2 veces el 5 de la primera posición y 2 veces el 1 de la segunda posición.

El producto es 50.

Analice de la misma forma la siguiente operación:
 5×27

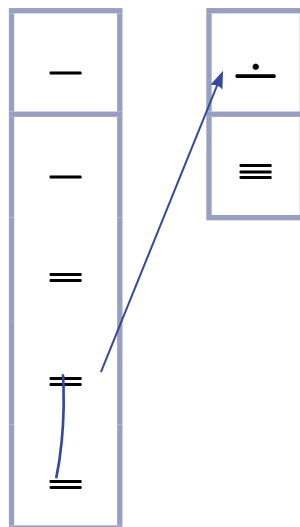


En la primera posición se obtiene 5 grupos de 7. En la segunda posición se obtiene una vez 5.

El paso siguiente es juntar todas las barras y puntos en la primera posición, que en total serían 5 barras y 10 puntos. Pero ya que cada 5 puntos se convierten en una barra, con los 10 puntos se obtendrían 2 barras más. Entonces, serían 7 barras en total en la primera posición.

Pero ya que cada 4 barras se sustituyen por un punto en la posición inmediata superior, el resultado es 6 en la segunda posición y 3 barras en la primera posición.

El producto de multiplicar 5×27 es 135.



Repasar los pasos con otras cantidades. El uso de material concreto como semillas y palitos facilita el aprendizaje.

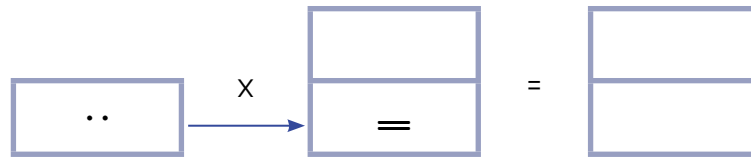
3. Relación con la vida cotidiana



Resuelva los siguientes problemas de multiplicación de la vida real utilizando la tabla de escalas:

La mamá de Ixkaj va al mercado. Para llegar al mercado camina 10 cuadras.

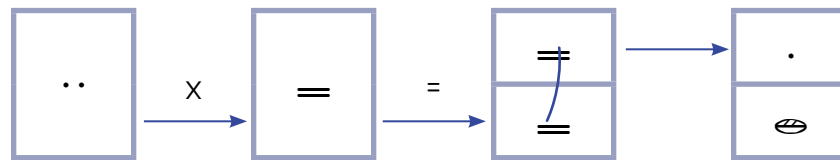
¿Cuántas cuadras camina la mamá de Ixkaj para ir y regresar del mercado?



La mamá de Ixkaj recorre 2 veces 10 cuadras.

2 x 10 es igual a 20.

Utilice el sistema vigesimal y la tabla de escalas.



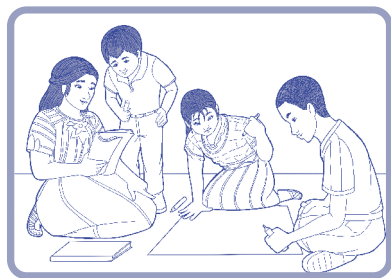
Plantee a sus estudiantes preguntas similares para realizar otras operaciones:

¿Cuántas cuadras caminamos diariamente de la casa a la escuela?

¿Cuánta horas dedicamos a realizar tareas en una semana?

¿Cuántas horas recibimos clases a la semana?

4. Aplicación del sistema vigesimal



4.1. Resolución de problemas de la multiplicación

Ayudemos a don Juan a resolver los problemas con su cosecha

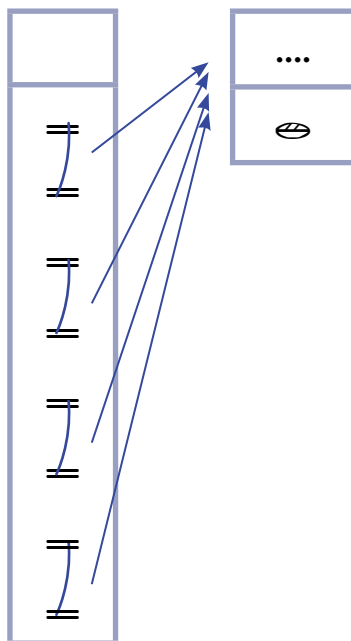
Todos los años don Juan siembra maíz, frijol y habas en sus $\equiv$ cuerdas de terreno. Este año cosechó $\dots$ quintales de maíz en cada cuerda.

¿Cuántos quintales de maíz cosechó en las $\equiv$ cuerdas de terreno?

$\dots$	x	$\equiv$	=	

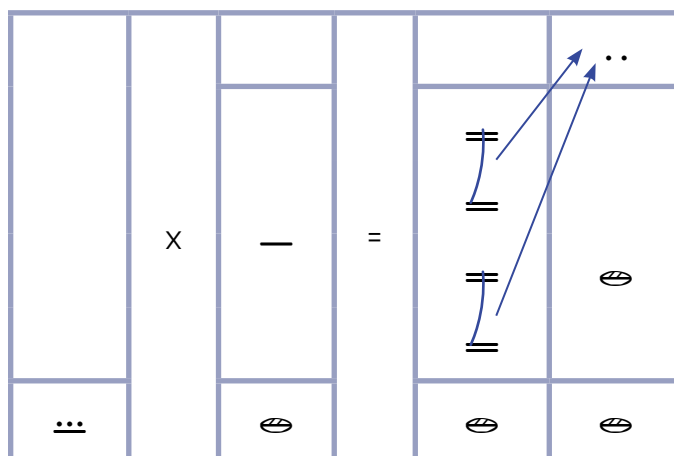
$\dots$	x	$\equiv$	=	$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$
				$\equiv$

Ocho grupos de dos barras dan un producto de 80. Según la regla, hay que convertir cada 4 barras de la primera posición en un punto en la segunda posición.



Ya que en la primera posición no quedó nada, se representa con el cero. El resultado total es cuatro puntos en la segunda posición (4 x 20) que equivalen a 80. Don Juan obtuvo 80 quintales de maíz en 10 cuerdas de terreno.

Don Juan también cosechó un quintal de frijol (100 libras) y logró venderlo en el mercado. La libra está a 8 quetzales. ¿Cuánto dinero recibió don Juan?



En la columna del multiplicador escriba el 8.

En la columna del multiplicando escriba el número 100. La barra en la segunda posición tiene el valor de 100, porque el quintal tiene 100 libras. Multiplique 8 veces la barra. Según la norma, cada 4 barras se convierten en un punto en la posición superior, esa es la razón de los 2 puntos en la tercera posición. Queda cero en la segunda posición y cero en la primera posición. El producto es 2 puntos en la tercera posición que equivalen a 2 veces 400, es decir, el resultado es 800.

Don Juan recibió 800 quetzales por 100 libras de frijol.

Desarrolle estas habilidades y competencias con sus estudiantes utilizando cantidades más grandes. Es importante poner atención a cada paso.

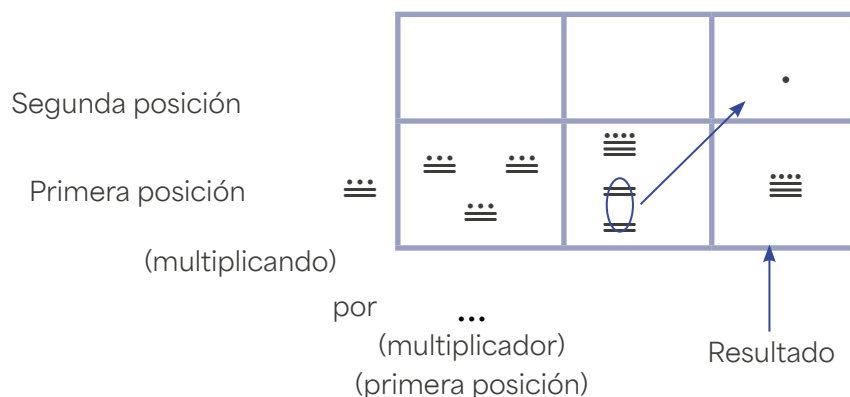
4.2. Otra manera de realizar operaciones de la multiplicación

$\equiv \times \dots$ es lo mismo que $\equiv + \equiv + \equiv$.

Sin embargo, realizar la operación de esta manera es un proceso largo. Por medio de la multiplicación se busca ser más ágiles:

$\equiv \times \dots$

Siendo $\equiv$ el multiplicando y $\dots$ el multiplicador.



En este proceso se colocan el multiplicador y el multiplicando fuera del cuadro respetando las posiciones: primera posición para la primera fila y columna; segunda posición para la segunda fila y segunda columna. El multiplicador indica las veces que debe repetirse el multiplicando ya sea en la primera o segunda fila. En el ejemplo anterior, el resultado es 39.

La multiplicación de cantidades de dos posiciones en el multiplicando por una cantidad en una sola posición del multiplicador es de esta forma:

$$94 \times 4$$

...		
...	x	...

Primer paso: colocar multiplicando y multiplicador en sus posiciones.

Segunda posición	...			
Primera posición (multiplicando)	...			

por ...
(multiplicador)

Segundo paso: multiplicar cuatro veces el multiplicando respetando la posición que ocupan los números que lo componen.

Segunda posición	...	...	...	...	...	...
Primera posición (multiplicando)	...	...	...	...	...	...

por ...
(multiplicador)

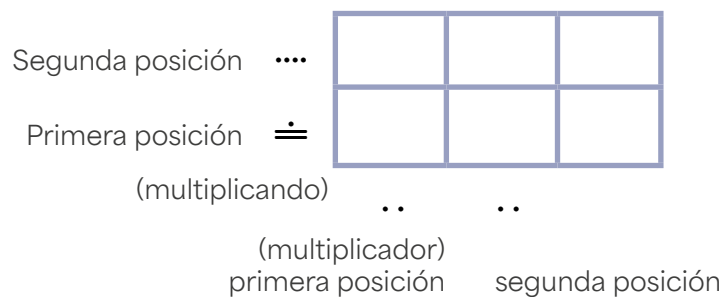
Tercer paso: realizar todos los cambios posibles para obtener el resultado final: 376.

Hay que tomar en cuenta también el caso en que los números a multiplicar requieran el uso de una segunda posición en la tabla, tanto en el multiplicando como en el multiplicador. Por ejemplo:

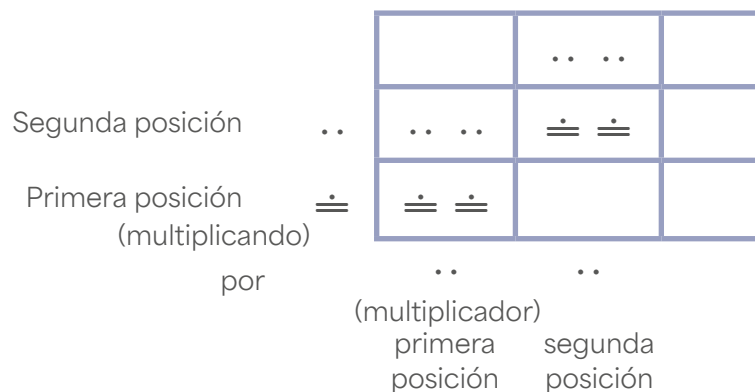
$$51 \times 42 \quad \begin{array}{|c|} \hline \dots \\ \hline \equiv \\ \hline \end{array} \text{ por } \begin{array}{|c|} \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline \end{array}$$

Para multiplicar estas cantidades se sugiere los siguientes pasos:

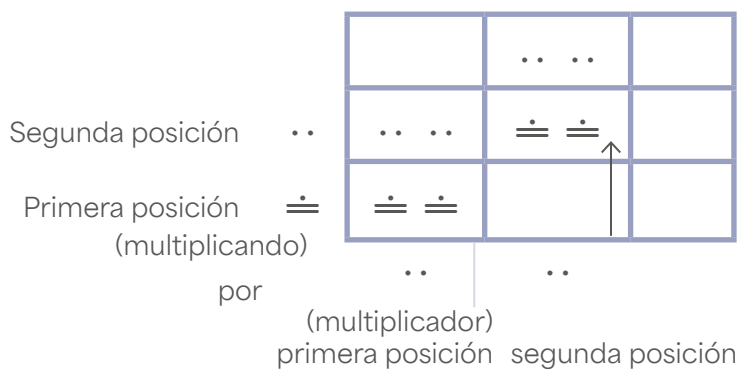
Primer paso: colocar multiplicando y multiplicador en las posiciones afuera del cuadro cuidando que el multiplicador también ocupe dos posiciones como indica la cantidad 42.



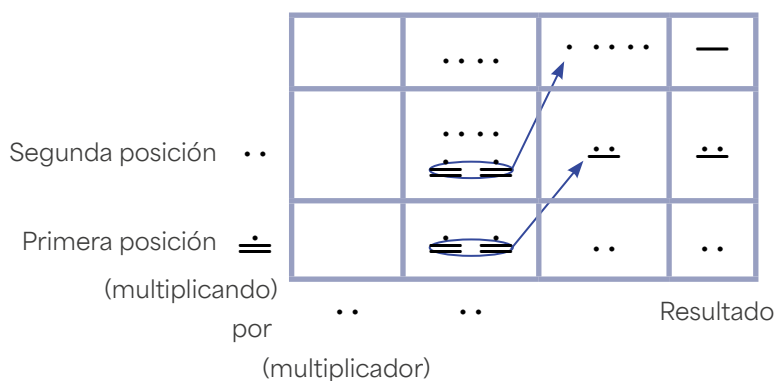
Segundo paso: multiplicar cada número del multiplicando por las veces que indica cada número del multiplicador, es importante notar que el producto del número que ocupa la segunda posición del multiplicador se ha corrido una posición inmediata superior tal como se muestra en la segunda columna.



La multiplicación de las cantidades que se realiza es 51×42 . Hasta este momento el procedimiento realizado ha sido de esta manera: la multiplicación del número de la segunda posición del multiplicador (2) por los números del multiplicando se ha corrido un lugar tal como se muestra en la segunda columna.



Tercer paso: el producto parcial que se observa en las dos columnas del cuadro se debe sumar y, para obtener el resultado final, se harán las conversiones de cinco puntos por una barra en la misma posición y cuatro barras por un punto en la posición inmediata superior.



Compruebe que el resultado final es la multiplicación de $\equiv \times \cdot$ en sistema de base diez.

Invite a sus estudiantes a comentar el proceso de multiplicación en el sistema de numeración maya.

Resolver las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{lcl}
 1. & \boxed{\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array}} & 2. & \boxed{\text{---}} \times \boxed{\dots} \\
 3. & \boxed{\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \hline \cdot \\ \cdot \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \\ \hline \dots \end{array}} & 4. & \boxed{\begin{array}{c} \text{---} \\ \hline \dots \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \cdot \\ \hline \cdot \\ \cdot \end{array}}
 \end{array}$$

Anime a sus estudiantes a comparar sus resultados y corregir de ser necesario.

5. Ejercicios



5.1. Reflexión en silencio

Cada estudiante piensa e imagina resolver una operación de la vida real.

5.2. Momento de la palabra

Los y las estudiantes dan a conocer las operaciones que imaginaron resolver en el momento del silencio.

5.3. Red de relaciones

En grupos, las y los estudiantes resuelven alguna de las operaciones mencionadas durante el paso anterior y posteriormente explican el proceso de resolución.

5.4. Procesos vivenciales

Cada alumno/a pregunta a una persona adulta cuántos días trabaja al mes y calcula cuántos días en 12 meses trabaja en total. Luego presenta el proceso de la operación en la clase utilizando la tabla de escalas.

5.5. Acompañamiento

Invite a la clase a otro/a docente o persona con conocimientos de la matemática maya para ampliar los conocimientos sobre las operaciones de la multiplicación en el sistema vigesimal.

5.6. Búsqueda del bien común

Ya que se ha ejercitado las competencias en las operaciones de multiplicación en el sistema vigesimal, oriente a sus estudiantes a apoyar a alguna persona en su contexto familiar o comunitario en la realización de sus cuentas.

Programe un día para que las y los estudiantes compartan las experiencias utilizando la tabla de escalas. Los y las estudiantes deben exponer en qué consistió la ayuda que dieron a la persona elegida y explicar los procedimientos de las operaciones que utilizaron: adición, sustracción, multiplicación.

6. Preguntas de reflexión



Invite a sus estudiantes a reflexionar sobre las siguientes situaciones y a utilizar la tabla de escalas para visualizar los cálculos.

Doña María teje huipiles. Elabora un huipil al mes. ¿Cuántos huipiles elabora en un año? Cada huipil tiene el valor de 500 quetzales y esta semana vendió 5 huipiles. ¿Cuánto dinero recibió doña María por vender 5 huipiles?

Reflexionar:

¿Cuánto invirtió en el material utilizado para la elaboración de un huipil?

¿Cuántas horas al día trabajó doña María en la elaboración de un huipil?

¿Es suficiente dinero para un año de trabajo?

¿Cuántas/os estudiantes hay en la escuela?

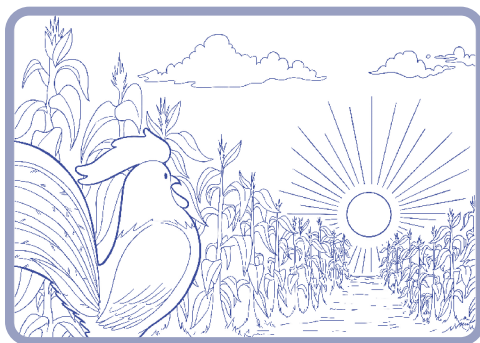
- Contar cuántos grados hay en la escuela.
- Contar si hay secciones.
- Sumar la cantidad que hay en cada grado y sección.
- Contar cuántos estudiantes hay en total.

Unidad VIII

La división en el sistema vigesimal



1. Actividades de motivación



Anime a los estudiantes a continuar desarrollando el pensamiento lógico. El estudio de la matemática aumenta las capacidades mentales y contribuye con otras ciencias como el lenguaje, la química o la física.

Corresponde ahora desarrollar las habilidades en las operaciones matemáticas de la división.

La multiplicación y la división son operaciones inversas entre sí, al igual que la suma y la resta lo son. Esto quiere decir que una puede servir de comprobación de la otra.

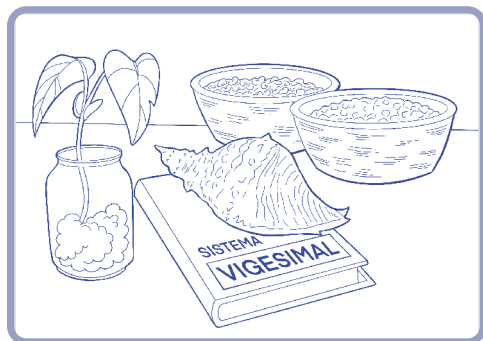
Durante el proceso de la división se verá el porqué.

Desarrolle la actividad «Hay un libro de cuento».

Anime a sus estudiantes a imaginar un libro que contiene la historia de los pájaros. El libro tiene 40 páginas. Las 40 páginas son divididas entre todos/as los/as escolares para que puedan leer una parte cada uno. Si 10 alumnos van a leer el libro, ¿cuántas páginas deberá leer cada alumno?

Realice esta actividad con un libro real. Los y las estudiantes se dividen las páginas entre sí y realizan la lectura de su parte. Al finalizar la lectura, cada estudiante narra la parte que le correspondió. Cada participante utiliza su creatividad para trasladar la historia y luego analizan en grupo de qué trata la lectura, si deja alguna enseñanza y cuál es su importancia.

2. Contenido



El símbolo que se utiliza en la división es «÷».

La división consta de las siguientes partes: dividendo, divisor y cociente.
Por ejemplo:

$$10 \div 2 = 5$$

=	÷	..	=	—
---	---	----	---	---

Dividendo

Divisor

Cociente

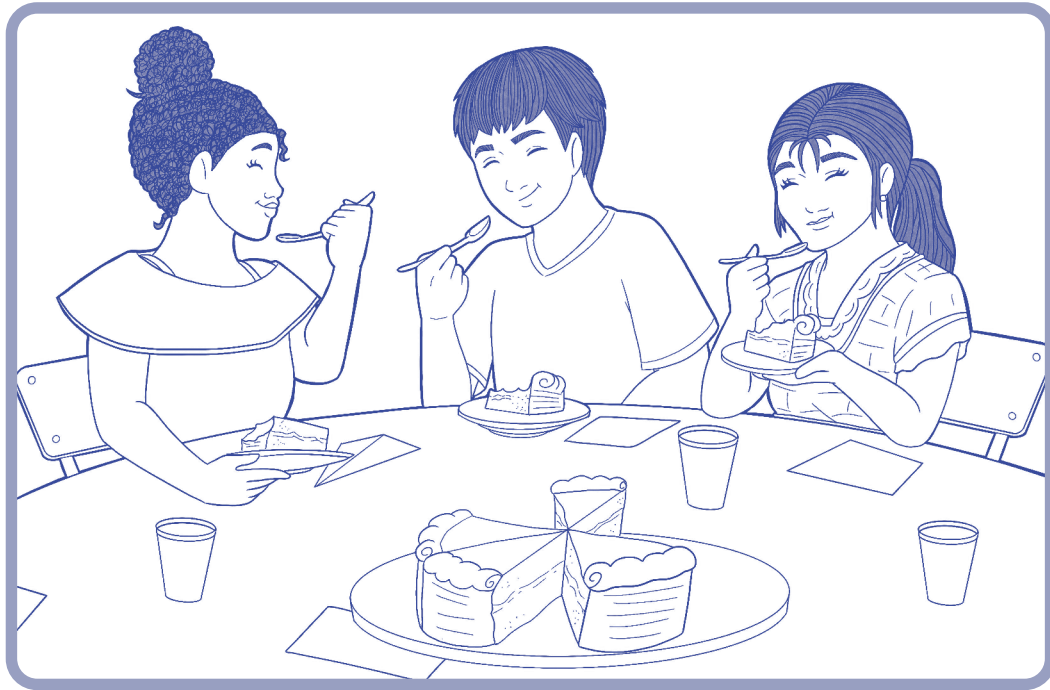
El dividendo es la cantidad que será dividida.

El divisor expresa en cuántas partes se va a repartir el dividendo.

El cociente es el resultado. A veces hay una pequeña cantidad que sobra y a esta se le llama residuo.

En el ejemplo, diez unidades se van a dividir entre dos. El cociente es cinco y no sobra nada.

Aplicar la división en casos concretos



Ixkaj cumple años. Su mamá le compró un pastel para que lo comparta con la clase. Es un pastel grande dividido en 30 pedazos iguales. En la clase hay 6 compañeras y 4 compañeros, además hay 3 amigas invitadas, Ixkaj y el maestro. En total son 15 personas. ¿Cuántos pedazos de pastel le toca a cada persona?

Es momento de utilizar la tabla de escalas:

.				
=	÷	≡	=	..

Dividendo

Divisor

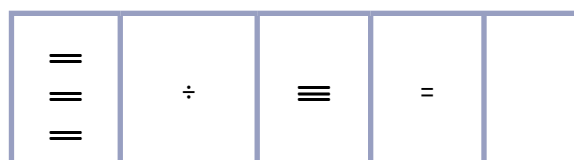
Cociente

¿Cuántas veces cabe 15 entre 30?

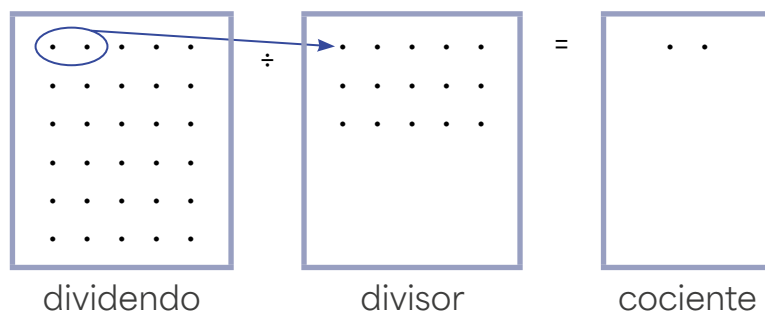
Cabe 2 veces. Entonces, a cada persona le corresponde 2 pedazos de pastel.

El proceso es el siguiente:

1. En el dividendo debe bajar el punto o unidad a la primera posición.
2. Al bajar el punto, se convierte en cuatro barras. Junto con las otras dos barras que ya estaban allí representan 30.



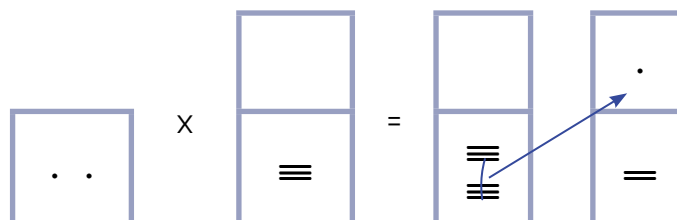
Convertir cada barra en puntos o unidades como se aprendió en la formación de cantidades.



Se empieza a distribuir la cantidad de unidades en el dividendo entre cada una de las unidades del divisor. Si se distribuye un punto (un pedazo de pastel para cada participante) entre cada unidad del divisor, sobra la mitad exactamente. Si se distribuye dos unidades para cada unidad del divisor, alcanza para todos y no sobra nada. El resultado total es entonces 2.

Ahora se realizará a la inversa, aplicando la operación de la multiplicación.

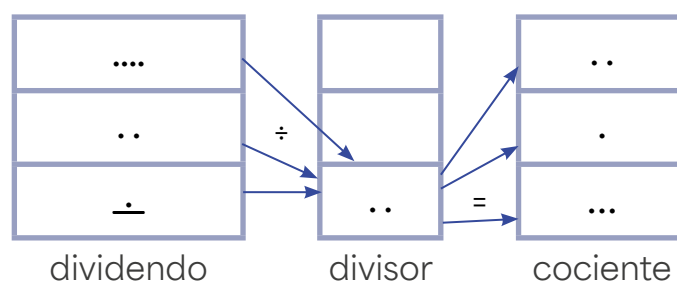
$$2 \times 15 = 30$$



Al realizar $2 \times 15 = 30$ se comprueba la división.

A continuación, se presenta otro procedimiento para operar la división en el sistema vigesimal por medio de los siguientes casos:

Doña María tiene 2 hijos en la escuela. Los maestros planificaron una excursión a Tikal. Sus hijos necesitan llevar dinero para sus gastos de pasaje, alimentación y hospedaje. En la tabla de escalas se observa que doña María cuenta con Q1646.00 para sus dos hijos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?



Para operar la división, se reparte cada una de las posiciones del dividendo entre el divisor que es 2:

Tercera escala: 4 unidades dividido entre 2 resulta en 2.

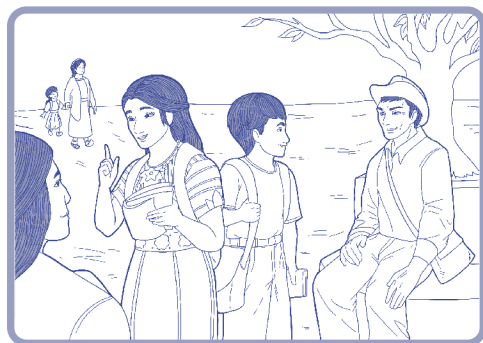
Segunda escala: 2 unidades dividido entre 2 resulta en 1.

Primera escala: 6 unidades dividido entre 2 resulta en 3.

Doña María entrega a cada uno de sus hijos 2 veces 4 centenas, 1 veintena y 3 unidades. Es decir: 823 quetzales.

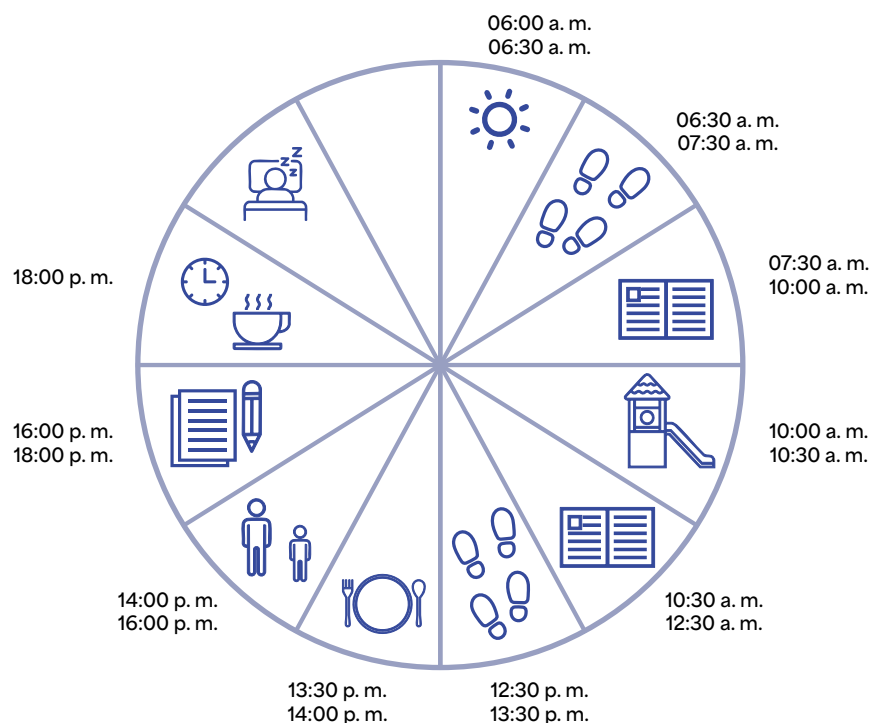
En esta operación no sobra nada, es decir, no hay residuo.

3. Relación con la vida cotidiana



Es momento de aplicar las operaciones de la matemática a los problemas de la vida diaria.

Los seres humanos dividen el día en un horario para utilizar efectivamente el tiempo durante la jornada. Por ejemplo: seis de la mañana a seis de la tarde.



Tomando como ejemplo la ilustración, cada alumno/a realiza la división de las actividades que realiza durante el día de seis de la mañana a seis de la tarde.

Un estudiante podría reportar:

- De 6:00 a 6:30 de la mañana, desayuno y me preparo.
- De 6:30 a 7:30, me desplazo de mi casa a la escuela.
- De 7:30 a 10:00, tengo clases.
- De 10:00 a 10:30, hay recreo.
- De 10:30 a 12:30, estoy en clases.
- 12:30 a 13:30 salgo de la escuela y regreso a casa.
- De 13:30 a 14:00 horas, almuerzo.
- De 14:00 a 16:00 horas, ayudo a mis padres.
- De 16:00 a 18:00 horas, realizo tareas de clase.
- De 18:00 horas en adelante, ceno y descanso.

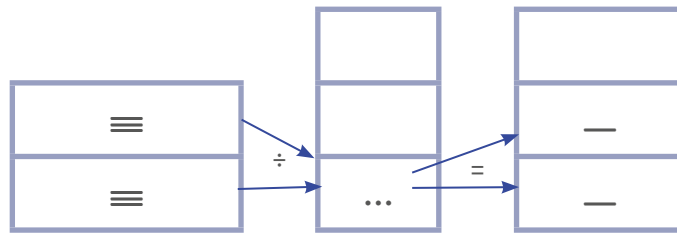
4. Aplicación del sistema vigesimal



A continuación, se aplican las operaciones de la división utilizando la tabla de escalas.

Doña Isabel cuenta con 315 quetzales. Necesita ese dinero para los gastos de alimentación de 3 días. ¿Cuánto dinero tiene para gastar cada día?

Proceda a realizar la división en la tabla de escalas:



En el dividendo se colocan 3 barras en la posición de las unidades y 3 barras en la posición de las veintenas para expresar la cantidad 315.

En el divisor se coloca 3 puntos en la posición de las unidades para expresar el valor de 3.

El resultado se coloca en la columna del cociente.

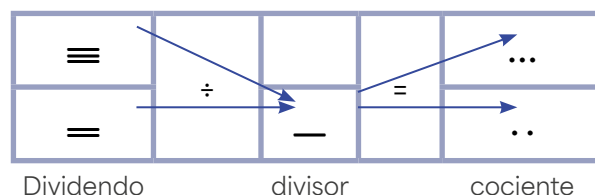
Resultado: doña Isabel puede gastar una centena y 5 unidades diariamente durante los 3 días. Igual a 105 quetzales.

La mamá de Rodrigo trabaja cinco días a la semana.

Cada semana recibe 310 quetzales.



¿Cuánto gana la mamá de Rodrigo diariamente?



Dividendo

divisor

cociente

La mamá de Rodrigo gana diariamente 62 quetzales

...
..

Continúe ejercitando la división con los siguientes casos:



Jacinta estuvo en la fiesta de cumpleaños de Nataly. En la fiesta quebraron dos piñatas. Jacinta recogió muchos dulces. Al volver a casa quiso repartir los dulces entre sus 3 hermanos. En una piñata recogió 45 dulces y en la otra 24. En total, sumó 69 dulces. Para saber cuántos dulces repartir entre sus tres hermanos, Jacinta hace la siguiente división:

...				
...	÷	...	=	...

Resultado: Jacinta debe entregar 23 dulces a cada uno de sus hermanos.

Elaborar la tabla de escala.

Dividir 210 entre 5.

La tabla de escala deberá reflejar que en cada bus viajarán 42 niñas y niños.

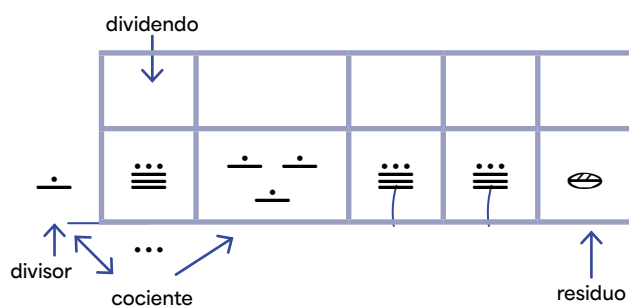
Para facilitar esta operación es recomendable que en parejas o grupos de estudiantes utilicen materiales concretos como semillas y palitos.

Primer paso: colocar el dividendo en la primera columna dentro del cuadro y el divisor fuera del cuadro en dirección a la primera fila (primera posición):

dividendo



Con los materiales concretos puede convertir $\equiv$ en $\equiv$ semillas y formarlos en grupos de $\div$ y resultarán ... grupos.



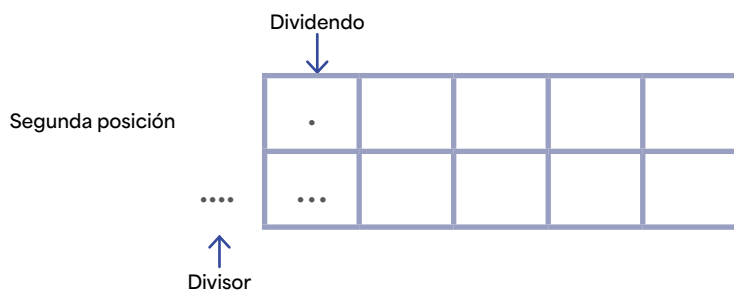
El cociente es 3 y el residuo es $\div$.

4.2. División con residuo

Existen cantidades que, divididas entre un segundo número, dejan un residuo. Por ejemplo: $\dots \div \dots$.

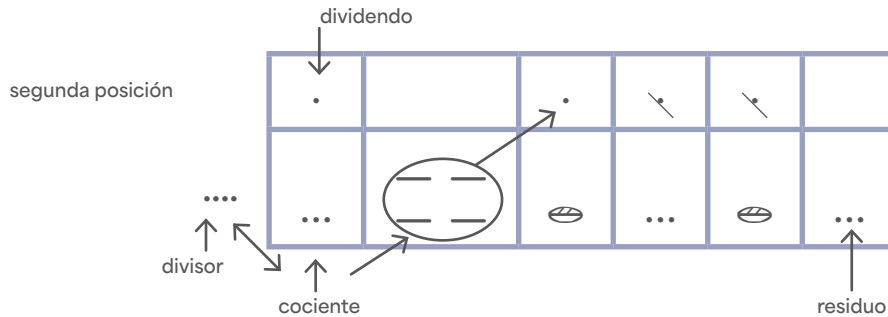


Primer paso: se coloca el dividendo en la primera columna dentro del cuadro y el divisor fuera del cuadro en dirección a la primera posición.



Segundo paso: tomar el dividendo completo, 23, y dividirlo entre 4, es decir, preguntarse cuántos grupos de 4 caben en 23. Se busca un cociente que multiplicado por 4 se acerque lo más posible a 23, esto es $\dots$.

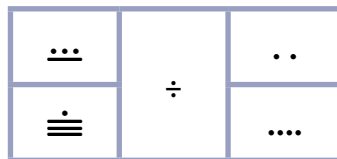
Tercer paso: Debido a que la multiplicación de 4 por 5 no da 23, es necesario realizar una resta: 23 menos 20 igual a 3. Tres es el residuo de esta división.



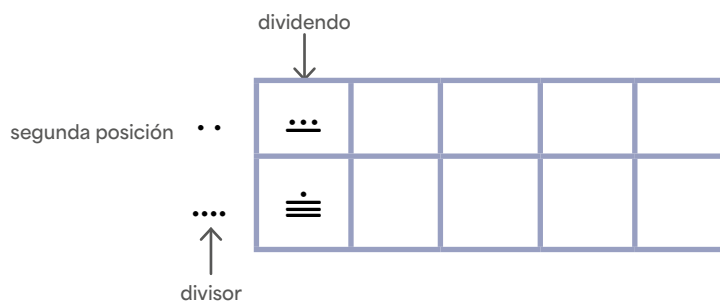
El resultado o cociente es — y residuo ...

4.3. División de cantidades más grandes

Ahora se va a resolver una división de cantidades donde el divisor es un número de dos posiciones. Ejemplo $176 \div 44$.

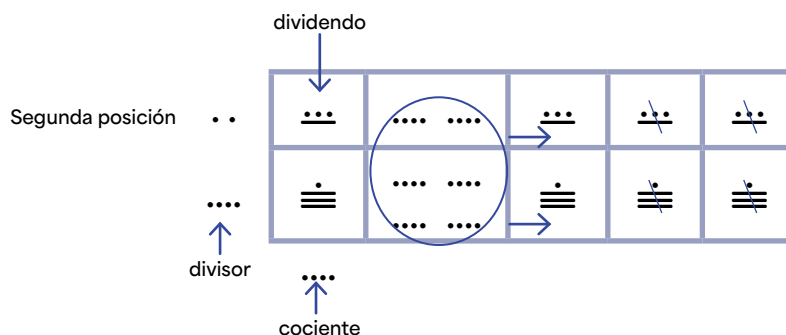


Primer paso: colocar el dividendo en la primera columna dentro del cuadro y divisor fuera del cuadro en dirección a la primera posición.



Segundo paso: tomar el número que está en la primera posición del dividendo (16) y dividirlo entre 4, primer número del divisor. Observar si el cociente preliminar multiplicado por el número que ocupa la segunda posición se acerca lo más posible o iguala al número que ocupa la segunda posición del dividendo. Pruebe con cociente 4.

Observe en la columna 3 de la tabla $160 + 16 = 176$. Y $176 \div 44 = 4$. Se muestra que queda de cociente 4. Al dividendo se le resta el resultado de la suma, con lo que se obtiene el residuo, en este caso: $176 - 176 = 0$.



El resultado de



En grupos de cuatro, utilizando materiales como semillas y palillos, oriente a sus estudiantes a realizar las siguientes operaciones de división:

1.

...	÷	...
...		...
2.

...	÷	...
...		...
3.

...	÷	...
...		...
4.

...	÷	...
...		...
5.

...	÷	...
...		...
6.

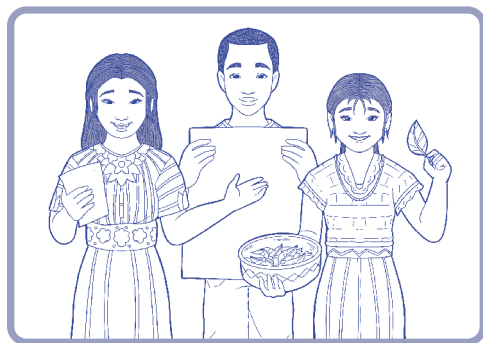
...	÷	...
...		...
7.

...	÷	...
...		...
8.

...	÷	...
...		...

Al terminar, pida a la clase que compare sus respuestas y corrija si es necesario.

5. Ejercicios



5.1. *ReFlexión en silencio*

En esta ocasión, los y las estudiantes deben imaginar una actividad que será realizada en grupo. Por ejemplo, la dramatización de una historia de la comunidad, la historia real de algunos animales o alguna tradición de la localidad.

5.2. *Momento de la palabra*

Las y los estudiantes comparten sus ideas, seleccionan una historia y organizan la actividad. Se organizan en grupos y cada grupo trabaja una parte. Al concluir la narración, entre todos/as comentan la importancia de la historia de la comunidad.

5.3. *Red de relaciones*

Los grupos proceden a dramatizar la historia. Dividen la historia en partes, de tal forma que cada estudiante tenga participación en la dramatización.

5.4. *Procesos vivenciales*

La clase realiza una actividad de convivencia. Todos/as llevan algo de comer (alguna fruta, galletas, dulces, jugos) y se pone en práctica la división con la tabla de escalas para que todos/as compartan. Por ejemplo:

- Carlos recibió de su mamá una bolsa de dulces para repartir entre sus compañeros.
- La bolsa contiene 50 diferentes dulces.
- En la clase hay 25 niños.
- ¿Cuántos dulces le corresponde a cada uno?
- Realizan la operación y dan respuesta a la pregunta.
- Conviven un momento degustando lo que cada alumno llevó a la clase.

5.5. Acompañamiento

Invite a una persona que conozca el sistema vigesimal para desarrollar en la clase los procedimientos de las operaciones matemáticas, en especial la división.

5.6. Búsqueda del bien común

Planifique un día para recolectar víveres destinados a una causa benéfica. La clase debe organizarse para dividir lo recolectado. Deben identificar dónde se necesita esa ayuda, por ejemplo, una casa de beneficencia o familias de escasos recursos. Aprovechan la actividad para poner en práctica las operaciones matemáticas de la división.

Motive la reflexión sobre esta acción: ¿Qué experiencias tuvieron? ¿Están dispuestos los y las estudiantes a realizar nuevamente esta actividad?

6. Preguntas de reflexión



Motive la reflexión en sus estudiantes mediante el siguiente caso: ¿Cuánto gasta mi familia cada mes en mi educación?

Por ejemplo:

Gastos mensuales

Pasaje: 120

Útiles escolares: 90

Contribuciones: 60

Cada estudiante procede a:

Sumar las cantidades para obtener el gasto de un mes.

Dividir el total en 30 días.

Ejemplo:

Gastos para un mes: Q270.00 quetzales.

Dividir Q270.00 quetzales $\div$ 30 días = 9 quetzales al día.

El objetivo es que los y las escolares reflexionen acerca de la inversión diaria que las familias realizan en su educación.

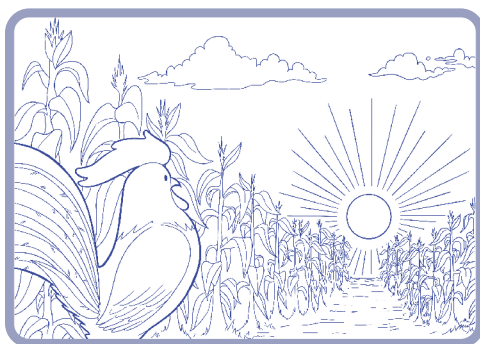
Unidad IX

Evaluación general



Esta última unidad está dedicada a realizar actividades y ejercicios para evaluar y retroalimentar los aprendizajes, verificando el alcance de competencias en la matemática con la aplicación del sistema vigesimal maya.

1. Actividades de motivación

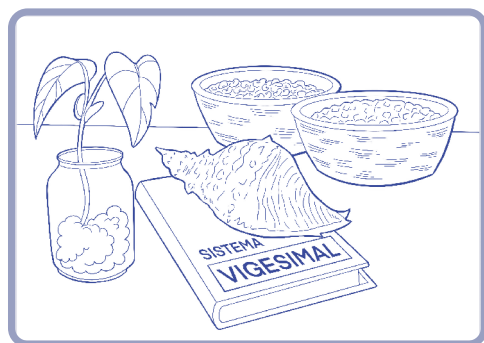


Los y las estudiantes recuerdan y realizan un recorrido de las experiencias vividas en las unidades.

Tome un tiempo para realizar este recordatorio con sus alumnos. Permita un espacio de diálogo para conversar sobre sus vivencias y aprendizajes a partir de las siguientes preguntas:

- ¿Qué actividades les gustaron?
- ¿Qué actividades fueron difíciles de realizar? ¿Por qué?
- ¿Cómo harían más dinámicas, amenas, activas y participativas las clases de matemática en el sistema vigesimal?

2. Contenido



2.1. Conteo del 1 al 20 en el sistema vigesimal

Indique a sus estudiantes realizar una pieza artística con los números del 1 al 20 en el sistema vigesimal maya utilizando materiales disponibles en el contexto. El día de la presentación, cada estudiante coloca su trabajo en el aula a manera de exposición.

Realice otras actividades relacionadas con el conteo en la numeración maya. A través de estas tareas, evalúe las competencias logradas en el conteo del 1 al 20 en el sistema vigesimal.

Si observa que aún falta afinar competencias, realice dinámicas de retroalimentación.

2.2. Ejercicios de adición en el sistema vigesimal

Practique los procedimientos de la adición con la ayuda de la tabla de escalas:

—		—		
—	+	≡	=	

Respuesta: _____

Indique a los estudiantes sumar la cantidad de alumnos que toman los buses públicos de la mañana para llegar a la escuela, entre el horario de las 6:30 a las 7:00 horas. Por ejemplo:

10 escolares tomaron el bus a las 6:30

8 escolares lo abordaron a las 6:40

15 escolares abordaron el bus a las 6:50

5 lo tomaron a las 7:00

=	+	...	+	≡	+	—	=	

¿Cuántos alumnos viajaron en bus público?

Respuesta: _____

Proponga otras operaciones semejantes para que los y las escolares practiquen la suma.

2.3. Ejercicios de sustracción en el sistema vigesimal

Plantee las siguientes operaciones de resta:

...		..		
≡	-	≡	=	

Tres puntos menos dos puntos

Tres barras menos dos barras

Respuesta: 25

..		—		
—	-	...	=	

Respuesta: _____

Al inicio del año, la maestra indicó a sus estudiantes adquirir 100 hojas cuadrícula para la materia de matemáticas. En lo que va del año se ha utilizado 54 hojas. ¿Cuántas quedan sin utilizar?

—		..		
⊖	-	≡	=	

Para realizar esta operación, recuerde el consejo de convertir en 5 puntos la barra del minuendo y bajar 4 barras en el lugar del cero:

....		..		..
==	-	≡	=	÷

Respuesta: _____

El año tiene 365 días. Nos encontramos en el día 15 de agosto. ¿Cuántos días hacen falta para que finalice el año?

Invite a un/a estudiante a resolver la operación en el pizarrón mientras sus compañeros/as observan y realizan una retroalimentación de sus aprendizajes.

2.4. Ejercicios de multiplicación en el sistema vigesimal

En una familia de la comunidad *kaqchikel* acostumbran a juntar dinero cuando alguien cumple años. Con ese dinero compran lo necesario para la celebración.

La familia se compone de 15 miembros.

Cinco son niños, 10 son adultos.

Cada uno de los adultos colabora con 40 quetzales.

¿Cuánto es la cantidad total que hay para la celebración?

Utilice la tabla de escalas para realizar la operación:

		..		=
	x		=	=
=		⊗		⊗

La operación con el resultado parcial se muestra en la última columna, hace falta terminar el último paso para encontrar el resultado final.

Respuesta: _____

En una camioneta que hace el recorrido de Quiché a Guatemala viajan 50 personas al día. ¿Cuántas personas en total viajan en la camioneta en 7 días?

..				÷ ÷		≡
				= =		
=	x	÷	=	= =	=	=
				= =		
				=		

En esta operación se muestra el procedimiento con un resultado parcial y luego el resultado total, explique los últimos pasos que se utilizaron para llegar al resultado final.

Respuesta: _____

Jugar multiplicando

- Para el juego necesitan una pelota.
- Los estudiantes hacen un círculo y se enumeran.
- Por turnos cada estudiante rebota la pelota hasta que no pueda más.
- El alumno multiplica el número de rebotes por el número que le correspondió en su turno, utilizando la tabla de escalas.
- Apoye a cada estudiante a llevar las cuentas.

¿Cuánto es 3 unidades por una veintena en el sistema maya?

		.		
...	x		=	

¿Cuánto es 3 unidades por 6 veintenas y 10 unidades?

		$\frac{\cdot}{-}$		
...	x	$\frac{=}{=}$	=	

2.5. Ejercicios de división en el sistema vigesimal

Ponga en práctica y evalúe las competencias de división por medio de la siguiente actividad:

- Consiga 5 canastas y 5 diferentes tipos semillas.
- Forme 5 grupos de estudiantes.
- Cada grupo escoge un tipo de semillas y las coloca en una canasta.
- Los/as 5 integrantes del grupo cuentan qué cantidad de semillas hay en la canasta.

- Dividen las semillas entre los/as 5 integrantes del grupo.
- Realizan la resolución de las operaciones de la división con las semillas, utilizando el cuadro de escalas.
- Cuentan cuántas semillas le correspondió a cada integrante.

Evalúe con cada grupo cómo proceden en la resolución de las operaciones de la división. Analice qué retroalimentación es necesario realizar.

Don Lucas tiene 100 cuerdas de terreno y 10 hijos. Quiere dividir su terreno en partes iguales. ¿Cuántas cuerdas de terreno le corresponde a cada hijo?

—				
⊗	÷	=	=	

Una camioneta tiene 30 filas de lugares para sentarse. 90 personas pagaron su boleto para abordar esa camioneta. ¿Cuántas personas irán en cada fila?

...		.		
=	÷	=	=	

Recuerde que el proceso se facilita si los valores se dividen de la siguiente manera:

==		==		...
==	÷	==	=	
==		==		
==		==		
==				

2.6. Repaso sobre las medidas utilizadas en la cultura maya

Indique a los y las estudiantes dibujar, colorear y enumerar distintos tipos de medidas de la cultura maya. Por ejemplo, las que se utilizan en la casa y en la comunidad o las que se inspiran en la naturaleza y el cuerpo: manojo, vara, cuarta...

Verifique los trabajos y retroalimente la información necesaria.

2.7. Repaso sobre los conjuntos

Solicite a sus estudiantes representar con una ilustración un tipo de conjunto con subconjuntos. Los elementos deben estar señalados con la numeración maya.

Observe en qué necesita retroalimentación cada estudiante para reforzar los temas en clase.

Referencias

- Ajú, C. (2008). La matemática, el arte y el desarrollo del pensamiento lógico. *Revista Voces*, 3(2), 101-118.
- Ajú, C., Tuyuc, C. y Fong, M. (2007). *Mira lo que cuento*. Instituto de Lingüística y Educación, Universidad Rafael Landívar.
- Caciá, D. y Reyes, R. (2004). *El sistema de numeración maya y sus operaciones aritméticas*. Editorial Piedra Santa.
- Colegio Mixto Bilingüe Intercultural Hermano Oscar Azmitia. (s. f.). «*Jer taq pajb'al chir ko'kes ptaq uq'ab' tilmit Kunenel*» *Medidas ancestrales que se utilizan en las comunidades del municipio de Cunén, Quiché, Guatemala*. Asociación de Centros Educativos Mayas (ACEM). <https://www.acem.org.gt/phocadownload/Medidas%20Ancestrales%20Mayas%20COMBI%20Oscar%20Azmitia%20.pdf>
- Instituto de Lingüística y Educación. (2001). *Cuaderno de cátedra para el curso de cultura maya I*. Universidad Rafael Landívar.
- Lizarzaburu, A. y Zapata, G. (comps.) (2001). *Pluralidad y aprendizaje de la matemática en América Latina*. Ediciones Morata.
- Ministerio de Educación de Guatemala. (2012). *Currículo Nacional Base (CNB)*. https://cnbguatemala.org/wiki/Bienvenidos_al_Curr%C3%ADculum_Nacional_Base
- Ministerio de Educación de Guatemala. (2012). *Currículo Nacional Base (CNB)*. Área de Matemáticas - Nivel Primario. https://cnbguatemala.org/wiki/%C3%81rea_de_Matem%C3%A1ticas_-_Nivel_Primario

Nietas y nietos del Pueblo Maya. (2006). «*Raxajaj Mayab' K'aslemalil*» *Cosmovisión Maya, plenitud de la vida*. Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).

Noj, M. (2003). *Aprendamos a escribir los números mayas*. Editorial Nojib'sa.

Océano Grupo Editorial. (2001). *Gran libro de preguntas y respuestas Océano*. Océano Grupo Editorial.

Pablo, A., Curruchiche, G. y Taquirá, S. (2009). *Ruxe'el mayab' k'aslemäl: Raíz y espíritu del conocimiento maya*. Programa de Educación Intercultural Multilingüe Proeimca, Ministerio de Asuntos Exteriores de Finlandia, PNUD Guatemala y Universidad Rafael Landívar. <https://www.url.edu.gt/publicacionesurl/pPublicacion.aspx?pb=611>

Recancoj, M. y Recancoj, F. (2002). *Pedagogía maya: aprendiendo pegadito a mamá y a la par de papá: un acercamiento a la pedagogía maya*. Editorial Saqil Tzij.

Ruiz, C. (2023, 14 de junio). El cero maya. Una historia casi perdida de las matemáticas. *Niböe*. <https://niboe.info/el-cero-maya-una-historia-casi-perdida-de-las-matematicas/>

Agradecimiento

Gracias por utilizar la *Guía de enseñanza de la matemática desde la cosmovisión maya y el sistema vigesimal*. El propósito ha sido desarrollar las habilidades de cálculo, pensamiento lógico y la valorización de los saberes mayas.

Deseamos éxitos a las maestras y los maestros dedicados a enseñar las competencias matemáticas en el sistema vigesimal.



Universidad
Rafael Landívar
Identidad Jesuita en Guatemala

VRIP
VICERRECTORÍA DE
INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

diged
DIRECCIÓN GENERAL DE
PRODUCCIÓN Y DIFUSIÓN
EDITORIAL

EDITORIAL
**CARA
PARENS**
UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR



Grupo de
Editoriales
Universitarias
AUSJAL